圆形直管内湍动流体的摩擦因数计算

李春喜 黄大铿
(北京化工大学化学工程学院, 北京 100029)

摘 要: 提出了一个简单实用的 Colebrook 显式方程,可用于流体在圆形直管内湍流流动时摩擦因数的计算。在相对粗糙度 $10^{-8} \le \varepsilon/d \le 0.05$、雷诺数 $3\ 000 \le Re \le 10^8$ 范围内,该方程计算结果与原 Colebrook 方程的平均偏差为 0.07 %,最大偏差不超过 0.3 %。

关键词: 模型; 湍流流动; 摩擦因数
中图分类号: TQ 022.1; TQ 021

引 言

在化工过程的管路计算中,通常需要知道摩擦因数并由 Fanning 公式计算流体流动过程中的机械能损失,从而为流体输送机械的选型提供依据。对于圆形直管内湍流流动的阻力计算,摩擦因数通常根据管道的相对粗糙度和雷诺数由 Moody 摩擦因数图或设计手册的数据表查出。Moody 图直观明了,使用方便,但查图数据误差较大。随着计算机辅助设计 CAD 技术在化工领域的广泛应用,用方程的形式来表达过程变量随状态条件的连续变化显得更为重要。目前很少有人用 Colebrook 方程来计算摩擦因数 f,问题在于该方程中 f 不是雷诺数和相对粗糙度的显函数。因此,在用该方程计算 f 时必须有一个合理的摩擦因数初值,然后用迭代或试差的方法求解,使用很不方便。为了克服这个缺点,很多研究者提出了具有不同复杂程度和精确度的摩擦因数显式方程。本文将对近来出现的一些摩擦因数方程的性能进行比较,在此基础上提出一个改进的 Colebrook 显式方程。

1 摩擦因数的计算

Colebrook 方程在工程界具有公认的精度,Moody 摩擦因数图就是根据该方程绘制的。目前文献中有很多计算摩擦因数的方程式,这些方程以及本文提出的新的 Colebrook 显式方程列于表 1 中,其中 ε/d (ε 表示绝对粗糙度, d 表示管径), Re 和 f 分别表示相对粗糙度、雷诺数和摩擦因数。

表 1 中式(1) 即为 Colebrook 方程[1],其适用雷诺数范围为 $3\times10^3 \sim 10^8$,该方程的计算结果与 Murin 等人实验数据的平均相对偏差约为 5 %[2]。Colebrook 方程在国内教科书[3,4]中有两种稍微不同的表达形式如式(2)、(3) 所示,但计算结果是等效的。当相对粗糙度很小时,式(1) 的第一项可以忽略,这时 Colebrook 方程简化为 Prandtl 方程。在 Colebrook 和 Prandtl 方程中,摩擦因数均以隐函数的形式出现,使用不甚方便。

表 1 中式(5)～(10) 是文献中几个重要的摩擦因数显式方程,式(11)～(13) 是笔者提出的 Colebrook 显式方程。Altshul[5]提出了 2 个摩擦因数显式方程,其中方程(5) 在俄国工程界获得了广泛的应用。当相对粗糙度 ε/d 趋于零时,方程(5) 退化为 Blasius 方程。为了改善方程(6) 在较大相对粗糙度时的计算结果,Round[1]对该方程的系数重新做了调整,得到了方程(7)。Shacham[2], Chen[6] 和 Churchill[7,8]分别提出了更为精确但相当复杂的方程(8)、(9) 和(10),其中 Churchill 方程可同时适用于层流,过渡流和湍流区域。

2 新方程的提出与检验

Colebrook 方程具有一定的理论基础,因此后来提出的许多方程都保留了其中的对数项。研究表明,如果摩擦因数的初值合理,Colebrook 方程能很快收敛。首先选择一个估算摩擦因数的简单公式,然后将它作为初值代替原 Colebrook 方程中的一项,即可得到 Colebrook 方程的一阶近似解,从而避免迭代过程。计算表明,在较宽相对粗糙度和雷诺

收稿日期: 2000-02-21
第一作者: 男,1964 年生,副教授,工学博士

数范围内,方程(5)～(7)均可在 10 %的误差范围内给出摩擦因数的估计值,而且方程形式简单。分别将方程(5)～(7)代入方程(1),则得到 3 个 Colebrook 显式方程(11)～(13)。

表 1 各种摩擦因数方程及其性能比较

Table 1 Various equations for friction factors and their performance comparison

方程名称	方程式	方程编号	总平均相对偏差/ %	最大相对偏差/ %	文献
Colebrook	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\lg\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$	(1)	-	-	[1]
Colebrook-I	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2\lg\left(\frac{\varepsilon}{d} + \frac{9.35}{Re\sqrt{f}}\right)$	(2)	-	-	[3]
Colebrook-II	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.74 - 2\lg\left(\frac{2\varepsilon}{d} + \frac{18.7}{Re\sqrt{f}}\right)$	(3)	-	-	[4]
Prandtl	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\lg(Re\sqrt{f}) - 0.8$	(4)	-	-	[1]
Altshul	$f = 0.11\left(\frac{\varepsilon}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{0.25}$	(5)	8.2	20	[5]
Altshul	$f = \left\{1.821\lg\left(\frac{Re}{0.1Re(\varepsilon/d) + 7}\right)\right\}^{-2}$	(6)	7.2	27	[5]
Round	$f = \left\{1.8\lg\left(\frac{Re}{0.135Re(\varepsilon/d) + 6.5}\right)\right\}^{-2}$	(7)	3.4	-10	[1]
Shacham	$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{X(1 - \ln X) - \varepsilon/(3.7d)}{1.151\,29X + 2.51/Re}$ $X = \frac{\varepsilon/d}{3.7} - \frac{5.02}{Re}\lg\left(\frac{\varepsilon/d}{3.7} + \frac{14.5}{Re}\right)$	(8)	0.03	0.04	[2]
Chen	$f = \left[-2\lg\left(\frac{\varepsilon}{3.706\,5d} - Y\right)\right]^{-2}$ $Y = \frac{5.045\,2}{Re}\lg\left(\frac{(\varepsilon/d)^{1.109\,8}}{2.825\,7} + Z\right)$ $Z = 5.850\,6Re^{-0.898\,1}$	(9)	0.1	0.6	[6]
Churchill	$f = 8[(8/Re)^{12} + (A + (37\,530/Re)^{16})^{-3/2}]^{1/12}$ $A = [-2.457\ln((7/Re)^{0.9} + 0.27(\varepsilon/d))]^{16}$	(10)	1.2	55	[7]
Colebrook-E1	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\lg\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{7.56}{Re}\left(\frac{\varepsilon}{d} + \frac{68}{Re}\right)^{-0.125}\right)$	(11)	0.19	-1.8	
Colebrook-E2	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\lg\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} - \frac{4.57}{Re}\lg\left(\frac{\varepsilon}{10d} + \frac{7}{Re}\right)\right)$	(12)	0.14	-0.9	
Colebrook-E3	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\lg\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} - \frac{4.52}{Re}\lg\left(\frac{0.135\varepsilon}{d} + \frac{6.5}{Re}\right)\right)$	(13)	0.07	-0.3	

为了比较各方程的性能,在相对粗糙度 $10^{-8} \leq \varepsilon/d \leq 0.05$,雷诺数 $3\,000 \leq Re \leq 10^8$ 范围内,分别采用上述方程对摩擦因数进行了计算,计算结果相对于 Colebrook 方程的总平均相对偏差以及最大相对偏差如表 1 所示。由于 Prandtl 方程仅适用于光滑管或水力光滑管,故未与 Colebrook 方程进行比较。由表 1 可见,Round 方程较 Altshul 方程准确,相应地以前者为初值得到的方程(13)的精度也较基于后者得到的方程(11)和(12)高。图 1 为采用方程(13)绘出的摩擦因数随相对粗糙度和雷诺数变化的关系曲线,同时图中还标出了文献[1]给出的摩擦因数实验值。经检验,笔者提出的新方程(13)简单实用,在 0.1 %的精确度范围内可以代替 Colebrook 方程或 Moody 摩擦因数图,并可推荐作为化工行业师

生或化工设计人员使用。

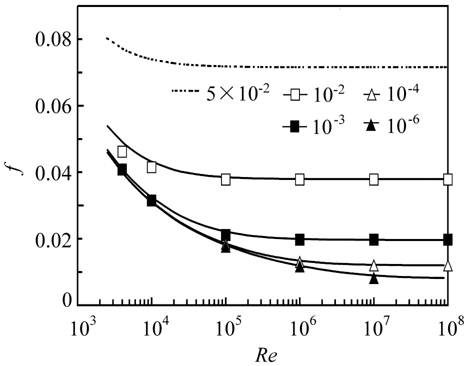

图 1 不同粗糙度下方程(13)的计算结果与实验数据的比较

Fig. 1 Comparison of the calculated results of Eqn. (13) with the experimental at different roughness (The lines and symbols are the calculated and the experimental results respectively)

3 结束语

采用 Round 方程作为摩擦因数的初值方程,得到了 Colebrook 方程的一阶近似解。新的 Colebrook 显式方程,形式简单,使用方便,精确度高,能在 0.1 %的误差范围内再现原 Colebrook 方程的结果,因此可方便地用于化工管路的计算。

参 考 文 献

[1] Zarko O. Compute friction factors fast for flow in pipes. Chem Eng, 1981(12):91~93

[2] Shacham M. Comments on ‘An explicit equation for friction factor in pipe’. IEC Fundam, 1980,19:228~229

[3] 谭天恩,麦本熙,丁惠华. 化工原理:上册. 北京:化学工业出版社, 1996. 41~43

[4] 王志魁. 化工原理. 北京:化学工业出版社, 1989. 39

[5] Altshul A D, Kiselev P G. Hydraulics and Aerodynamics. 2nd edn. Moscow: Strojizdat, 1975. 166~196

[6] Chen N H. An explicit equation for friction factor in pipe. IEC Foundam, 1979, 18(3):296~297

[7] Churchill S W. Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes. Chem Eng, 1977(11): 91~92

[8] Churchill S W. Empirical expressions for the shear stress in turbulent flow in commercial pipres. AIChE J, 1973, 19(2):375~376

Calculation of friction factor for the turbulent flow in straight and circular pipe

LI Chun-xi HUANG Da-keng

(College of Chemical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: A new simple and explicit equation is proposed for calculating friction factor for turbulent flow in stranght and circular pipe. The new equation can reproduce the Colebrook equation with average deviation (ARD) of 0.07 % and the maximum deviation of 0.3 % in the range of relative roughness being $10^{-8} \leq \varepsilon/d \leq 0.05$ and Reynolds number being $3\ 000 \leq Re \leq 10^8$.

Key words: model; turbulent flow; friction factor