

# 液-固流态化系统固体颗粒特性研究(1): 颗粒的初始流态化速度 $v_{mf}$

陈 罕<sup>1</sup> 周昆颖<sup>1</sup> 张卫义<sup>2\*</sup>

(1. 北京化工大学机电工程学院, 北京 100029; 2. 北京石油化工学院机械工程系, 北京 102617)

**摘 要:** 为数众多的计算颗粒初始流态化速度的公式大体上分为三类:第一类以 Ergun 公式为基础,引入经验系数加以修正;第二类以某种流体力学关系为基础;第三类属于纯经验公式。这三种类型中,以第一类式子有较大范围之  $Ar$  适应性,比较适用。本文提出的计算式子也属于 Ergun 型,从目前掌握的实验数据看来,比工程界广泛应用的 Wen and Yu 式子用于计算液-固流态化系统有更高的精确性,而且对球形与非球形颗粒都适用。

**关键词:** 流态化;液-固流态化系统;初始流态化;初始流态化速度;固体颗粒(流态化)特性计算

**中图分类号:** TQ124

液-固流化床在工业中有着广泛的应用。然而,液-固流态化颗粒特性计算公式很多<sup>[1-5]</sup>,计算结果差别很大,例如,据不完全统计,有关资料上介绍适用于球形颗粒初始流态化速度  $v_{mf}$  的经验公式超过 30 种。找出一种有一定理论依据而且适用于工程的计算方法,实属必要。

## 1 球形颗粒 $v_{mf}$ 计算

在 30 余种  $v_{mf}$  计算方法中,根据分析,大体上可分三大类型<sup>[6-7]</sup>。第一类型是 Ergun 公式为基础,经推演后引入经验系数修正而得;第二类是以某些流体力学基本公式为基础,经经验修正而得;第三类为纯经验公式。当然有些式子虽然来源于纯经验,却可以并入 Ergun 式子为基础的类型。

### 1.1 各种方法计算结果实验比较

各种方法计算结果与实验值的比较见表 1。其中,方法 1 至方法 10 属于第一类型的  $v_{mf}$  计算方法,方法 11 至方法 15 属于第二类型的  $v_{mf}$  计算方法,方法 16 至方法 19 属于第三类型的  $v_{mf}$  计算方法。实验数据取自[8]与本文的实验数据,在[8]中,郭幕荪综合比较了自己和前人的实验数据,给出  $Ar$  由小到大的一系列  $Re_{mf}$  实验值。

由表 1 可以看出, Ergun 型公式比其它类型好一些,适用的范围宽一些。工程上常用的 Wen and Yu 式,在 Ergun 型中比较好,但仍有一些点的误差达 13%。第 11 式,即 Groshko 式,当  $Ar > 1.3 \times 10^3$ ,  $Re_{mf} > 8 \times 10^{-2}$  后,有相当好的精度。而小  $Re_{mf}$  的 Ergun 型式子,即第 12 式,只有当  $Ar < 8 \times 10^3$ ,  $Re_{mf} < 4.0$  时好用;而大  $Re_{mf}$  的 Ergun 式即第 13 式则只适用于  $Ar > 1.3 \times 10^6$ ,  $Re_{mf} > 200$ , 其它的式子普遍精度较低。而第 14 式在  $Ar > 9 \times 10^3$ ,  $Re_{mf} > 4.5$  时勉强可以用,第 16 式与第 17 式,可以用于  $Ar > 2.5 \times 10^4$ ,  $Re_{mf} > 11.5$  的情况。

Ergun 公式右边第二项表示由于流体流经固定床层流道变化而引起动能变化导致的流体阻力降,而第一项则反映由于粘性产生的阻力降,因而是比较科学的,然而系数  $a_1$  与  $a_2$  带有明显的经验性质。尽管存在缺点, Ergun 型计算式在工程上还是可以用的,而且目前还没有更好的方法替代它。床层排列结构在固定床向流化床转变时发生变化,可以通过选择系数  $C_1$  与  $C_2$  的数值来解决。这也就是  $C_1$  与  $C_2$  的数值不能简单由 Ergun 公式算出,而需要从实验数据回归的原因。

收稿日期: 2004-07-06

第一作者: 男, 1938 年生, 教授

\*通讯联系人

E-mail: zhangweiyi@bjpt.edu.cn

表 1 各种方法的计算值与实验值对比 ( $Re_{mf}$  计算值 -  $Re_{mf}$  实验值) /  $Re_{mf}$  实验值  $\times 100\%$

Table 1 Comparison between calculated and experimental values for each method

$Ar$	9.894	20.88	45.27	133.5	320.1	811.1	3016	8614	25540	111900	368700	1280000	7600000	均方差
$Re_{mf}$	0.005937	0.01253	0.02716	0.08011	0.1880	0.4560	1.610	4.290	11.45	37.05	84.20	187.0	525.0	
实验值														
1	-5.61	-5.62	-5.60	-5.69	-3.79	.10	3.58	6.56	6.99	7.63	6.59	1.70	-3.47	5.28
2	1.01	.95	.94	.85	2.86	6.99	10.58	13.46	13.31	12.88	11.07	5.52	-.15	8.08
3	18.32	18.29	18.29	18.12	20.38	24.93	27.90	28.75	24.09	16.55	10.59	2.66	-4.45	19.55
4												41.45	29.26	100.86
5	24.97	24.94	24.93	24.76	27.14	31.95	35.10	36.01	31.11	23.18	16.90	8.52	1.01	25.77
6	33.81	33.76	33.73	33.46	35.85	40.57	42.24	40.09	30.29	16.40	7.44	-1.96	-9.84	30.64
7												44.89	31.68	20.75
8	12.06	12.04	12.03	11.91	14.11	18.60	22.17	24.50	22.72	19.45	15.80	8.97	2.40	16.28
9	25.16	25.14	25.12	24.94	27.30	32.05	34.96	35.39	29.72	20.76	14.01	5.49	5.49	25.28
10	-40.50	-40.51	-40.49	-40.52	-39.27	-36.66	-33.79	-30.31	-26.35	-16.87	-9.79	-8.10	-8.40	31.28
11	17.66	17.04	16.15	14.13	14.04	14.90	11.14	6.66	-0.02	-3.80	-3.92	-6.02	-8.00	11.70
12	1.00	0.99	1.02	1.00	3.19	7.80	13.53	21.69	35.19					238.52
13												45.69	22.23	6.09
14	47.51	46.94	46.00	43.49	42.90	42.47	33.08	21.84	7.76	-2.63	-4.08	-3.58	4.01	32.58
15	13.11	13.10	13.13	13.11	15.56	20.73	27.14	36.28	38.12	26.94	18.97	9.59	1.45	21.56
16								38.12	6.03	-13.12	-16.02	-14.02	-0.77	420.49
17									18.47	-2.93	-6.17	-3.94	10.87	477.00
18	-11.51	-11.53	-11.54	-11.67	-10.00	-6.64	-4.56	-4.23	-8.19	-14.46	-19.21	-25.23	-30.55	15.02
19	89.42	92.69	99.05	100.14	94.94	78.35	56.07	42.50	29.19	18.27	42.50	29.19	18.27	79.41

表中误差超过 50% 的没有列出。表中各序号代表的计算方法如下:

1. 本文作者方法,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 33.80$ ,  $C_2 = 0.0383$ ;
2. Wen and Yu,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 33.67$ ,  $C_2 = 0.0408^{[1-3]}$ ;
3. Richardson and Jeromino  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_2 = 25.70$ ,  $C_2 = 0.0365^{[2,3]}$ ;
4. Babu ed. al. 和前苏联 Inst. Gas Tech,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_2 = 25.25$ ,  $C_2 = 0.0651^{[2,3]}$ ;
5. [3] 推荐,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_2 = 27.20$ ,  $C_2 = 0.0408^{[3]}$ ;
6. Thonglimp,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 19.90$ ,  $C_2 = 0.0312^{[2]}$ ;
7. Saxena and Vogel,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 25.28$ ,  $C_2 = 0.0657^{[2]}$ ;
8. Thonglimp,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 31.60$ ,  $C_2 = 0.0425^{[2]}$ ;
9. Bourgeois and Gremor,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 25.46$ ,  $C_2 = 0.0383^{[2]}$ ;
10.  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2 Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1 = 51.78$ ,  $C_2 = 0.03698^{[2]}$ ;

11.  $Re_{mf} = Ar / (1400.0 + 5.2 \sqrt{Ar})$ ,  $Ar > 1.3 \times 10^3$ ,  $Re_{mf} > 8 \times 10^{-2[1,2]}$ ;
12.  $Re_{mf} = Ar / 1650$ ,  $Ar < 8 \times 10^3$ ,  $Re_{mf} < 4.0^{[5]}$ ;
13.  $Re_{mf} = \sqrt{Ar / 24.5}$ ,  $Ar > 1.3 \times 10^6$ ,  $Re_{mf} > 200^{[5]}$ ;
14.  $Re_{mf} = 0.1462 \sqrt{Ar / C_D}$ , 当  $Re_{mf} < 1000$  时,  $C_D = \{24.0(1.0 + 0.15 Re_{mf}^{0.687}) / Re_{mf}\}$ ; 当  $Re_{mf} > 1000$  时,  $C_D = 0.44^{[6]}$ ;
15.  $Re_{mf} = 0.189 (Ar / C_f)^{1/2}$ , 当  $Re_{mf} < 10.03$  时,  $C_f = 52.56 / Re_{mf} > 10.03$  时; 当  $C_f = 48.875 / Re_{mf} + 0.875^{[6]}$ ;
16.  $Re_{mf} = 1.54 \times 10^{-2} Ar^{0.66} (C_f / \rho)^{0.04}$ ,  $C_f / \rho = 0.5$ ,  $Ar > 2.5 \times 10^4$ ,  $Re_{mf} > 11.5^{[2]}$ ;
17.  $Re_{mf} = 1.54 \times 10^{-2} Ar^{0.66} (C_f / \rho)^{0.04}$ ,  $C_f / \rho = 8$ ,  $Ar > 2.5 \times 10^4$ ,  $Re_{mf} > 11.5^{[2]}$ ;
18. 床层中开始有颗粒进入流态化状态的雷诺数, 由  $18.3 Re_{f_1}^2 + 877 Re_{f_1} - Ar = 0$  解出;
19. 床层中全部颗粒都进入流态化状态的雷诺数, 由  $52 Re_{f_2}^2 + 1833 Re_{f_2} - Ar = 0$  解出。

### 1.2 本文提出的计算方法

本文根据实验数据回归分析, 得出在  $Ar = 2.0 \times$

$10^1 \sim 4.0 \times 10^7$ ,  $Re_{mf} = 1.2 \times 10^{-2} \sim 6.0 \times 10^{-2}$  范围内  $C_1 = 33.80$ ,  $C_2 = 0.0383$  即

$$Re_{mf} = (33.80^2 + 0.0383Ar)^{1/2} - 33.80$$

其计算结果列于表 1。由表可见,全范围偏差小于 8%,均方差 5.2%,优于 Wen and Yu 式子。

## 2 非球形颗粒 $v_{mf}$ 计算

### 2.1 各种非球形颗粒 $v_{mf}$ 的计算方法

表 2 非球形颗粒  $v_{mf}$  计算值与实验值的对比 ( $v_{mf}$  计算值 -  $v_{mf}$  实验值) /  $v_{mf}$  实验值  $\times 100\%$

Table 2 Comparison between calculated and experimental values of non global particles

	$Ar$	$7.5 \times 10^2$	$1.6 \times 10^5$	$5.9 \times 10^5$	$8.8 \times 10^5$	$2.1 \times 10^4$	$8.7 \times 10$	均方差
$v_{mf}$		0.032	0.043	0.061	0.077	0.254	0.00167	
1		8.35	1.85	2.39	- 9.11	- 4.86	- 22.16	10.62
2		18.23	8.73	6.20	- 6.37	9.27	- 3.56	9.89
3		15.90	6.25	3.35	- 8.98	7.96	- 3.41	8.74
4		19.17	9.07	8.12	- 4.44	8.99	60.85	26.83
5		29.13	16.48	17.31	5.63	19.78	105.00	46.31
6		23.54	10.25	3.74	- 9.14	23.41	9.11	15.21
7		- 0.41	- 1.96	3.55	- 9.00	- 17.03	- 8.85	8.81
8		4.11	1.17	5.53	- 7.67	- 13.62	5.32	7.32
颗粒特性	$d_c/\text{mm}$	0.785	1.040	1.660	2.040			
	$l_c/\text{mm}$	1.210	1.440	2.120	2.110			
	$d_v/\text{mm}$	1.038	1.327	2.062	2.362	0.717	0.058	
		0.857	0.864	0.868	0.873	0.880	0.800	
	$\mu_{mf}$	0.50	0.490	0.480	0.480	0.490	0.490	
流体特性	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	1000.0	1000.0	1000.0	1000.0	2.5	1.2	
	$\mu/(\text{kg}/\text{m}^3)$	6850.0	6850.0	6850.0	6850.0	2457.5	1198.8	
	$\mu_f$	0.001	0.001	0.001	0.001	$3.25 \times 10^{-5}$	$1.78 \times 10^{-5}$	

表中各序号代表的计算方法如下:

1. Wen and Yu,  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1$  及  $C_2$  由(2)式计算,  $a_1 = 201.83$ ,  $a_2 = 1.752$ ;

2.  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1$  及  $C_2$  由(2)式计算,  $a_1 = 162.90$ ,  $a_2 = 1.752^{[3]}$ ;

3.  $Re_{mf} = (C_1^2 + C_2Ar)^{1/2} - C_1$ ,  $C_1$  及  $C_2$  由(2)式计算,  $a_1 = 162.65$ ,  $a_2 = 1.869^{[2]}$

4. Groshko 式,  $Re_{mf} = Ar/[150(1 - \mu_{mf})/ \mu_{mf}^3 + \sqrt{1.75Ar/\mu_{mf}^3}]$ ,  $v_{mf}$  用式(1)计算;

5.  $Re_{mf} = [4 \mu_{mf}^{4.7} Ar / (3C_D)]^{1/2}$ ,  $C_D = \{ (24/Re_{mf})(1 + 0.15Re_{mf}^{0.687}) \}$ ,  $Re_{mf} < 1000$ ;  $0.44$ ,  $Re_{mf} > 1000^{[6]}$ ;

6.  $Re_{mf}^* = \left[ \frac{\mu_{mf}^3 Ar}{2(1 - \mu_{mf})^2 C_f} \right]^{1/2[6]}$ , 其中  $Re_{mf}^* = Re_{mf}/(1 - \mu_{mf})$ , 用式(1)计算  $v_{mf}$ ,  $C_f$  按下述计算:

$$C_f = 90/Re_{mf}^*, Re_{mf}^* < 17.5 (C_f = 52.65/Re_{mf}^*$$

在上一节中述及的各种  $v_{mf}$  计算方法中,有几种方法可适用于非球形颗粒,但要代入形状系数及床层初始流态化空隙率  $\mu_{mf}$ , 颗粒直径要用当量等体积颗粒直径,同时还要注意:

$$v_{mf} = \frac{\mu_f}{d_f} Re_{mf} \tag{1}$$

各种计算方法见表 2。

$$Re_{mf}^* > 10.03)$$

$$C_f = 7.5/Re_{mf}^* + 0.875, Re_{mf}^* > 17.5 (C_f = 43.875/Re_{mf}^*, Re_{mf}^* > 10.03)$$

$$7. Re_{mf} = [(33.67^{0.1})^2 + Ar/(24.5^{0.45})]^{1/2} - 33.67^{0.1[6]}, v_{mf} = \mu_f/d_f Re_{mf}^{[4]}$$

$$8. \text{ 本文建议: } Re_{mf} = (C_1^2 + C_2Ar)^{1/2} - C_1, C_1 = 33.8 \sqrt{\mu_{mf}}, C_2 = 1.0/(26.11 \mu_{mf})$$

### 2.2 与实验值的比较

各计算公式与实验实测值的比较见表 2。表中实验数据 1 - 4 列为作者的实验值,5 - 6 列取自<sup>[1]</sup>。

### 2.3 本文建议公式

本文建议对非球形颗粒用 Ergun 型式子计算

$$Re_{mf} = (C_1^2 + C_2Ar)^{1/2} - C_1$$

由  $Re_{mf}$  计算  $v_{mf}$  采用式(2 - 1), 其中

$$C_1 = 33.80 \sqrt{\mu_{mf}}$$

$$C_2 = 1.0/(26.11 \mu_{mf}) = 0.0383/$$

计算结果一并列入表 2 中。从有限的实验数据对比来看,有很好的效果,而且当颗粒接近球形颗粒时,计算式可自动蜕化为球形颗粒。

### 3 结论

(1) 在众多的  $Re_{mf}$  与  $v_{mf}$  计算公式中, Ergun 型的计算式适用的较宽,精度较高。在现行的 Ergun 型计算式中, Wen and Yu 比较好。

(2) 本文提出  $Re_{mf} = \sqrt{C_1^2 + C_2 Ar} - C_1$ ,  $C_1 = 33.80 \sqrt{\quad}$ ,  $C_2 = 1.0 / (26.11 \quad)$ , 属于 Ergun 型计算公式,比现行的 Wen and Yu 有更高的精度,而且同一式可适用于球形颗粒与非球形颗粒。

#### 符 号 说 明

除特殊注明外,本文符号意义如下:  $Ar$ :阿基米德数,  $Ar =$

$$\frac{d_p^3 \rho_f g}{\mu_f^2}$$

$d_p$ :非球形颗粒的当量直径

$d$ :颗粒直径, m 或 mm, 对于非球形颗粒  $d = d_p$

$d_c$ :圆柱形颗粒直径, m 或 mm

$d_v$ :当量等体积直径,即与颗粒体积相等的球体的直径, m 或 mm

$g$ :重力加速度  $g = 9.806 \text{ m}^2/\text{s}$

$l_c$ :圆柱形颗粒长度, m 或 mm

$$Re: \text{雷诺数}, Re = \frac{dv_f}{\mu_f}$$

$\mu_f$ :流体的黏度系数

$v$ :流体流经床层的表观速度, m/s

$$\rho_f = \rho_s - \rho_f, \text{kg/m}^3$$

通用下标:

$f$ :流体

$mf$ :初始流态化状态

#### 参 考 文 献

- [1] 王尊孝,等编. 化学工程手册,第二十篇,流化床[M]. 北京:化学工业出版社,1989.
- [2] Davidson J E, Clift R, Harrison D. Fluidization, 2nd. ed [M]., London: Academic Press,1985.
- [3] Gad Hestronad. Handbook of Multiphase System [M]. New York: Hemisphere Publishing,1982.
- [4] Chen J J J. Ind., Eng[J]. Chem, Res,1987,26: 633.
- [5] 陈甘棠,王樟茂. 流化床技术的理论及应用[M]. 北京:中国石化出版社,1996.
- [6] Graham B Wallis. One dimensional two-phase flow[M]. New York: McGraw Hill, 1969.
- [7] Molerus O, Wirth K E. Heat transfer in fluidized beds [M]. London: Chapman and Hall, 1977.
- [8] 郭幕荪,庄一安. 流态化/垂直系统中均匀球体和流体的运动[M]. 北京:科学出版社,1963.

## Particle characteristics in a solid-liquid fluidization system (1) : incipient fluidization velocity of particles $v_{mf}$

CHEN Han<sup>1</sup> ZHOU Kur-ying<sup>1</sup> ZHANG Wei-yi<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029;

2. Department of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Petro-Chemical Technology, Beijing 102617, China)

**Abstract:** A lot of existing equations for calculating the incipient fluidization velocity of particles  $v_{mf}$  in a liquid-solid system falls into three categories. The first is based on the Ergun equation. The second is based on some other type of fluid dynamics, and the third is pure empirical. Judging by experimental data, the first category can be used in a wider range of  $Ar$  or  $Re_{mf}$  numbers. An equation proposed for a solid-liquid fluidization system is of the Ergun type. However it has a higher accuracy over a wide range of  $Ar$  or  $Re_{mf}$  numbers, and has a unified form for spherical and non-spherical particles.

**Key words:** fluidization; solid-liquid fluidization system; incipient fluidization; incipient fluidization velocity; particle(fluidization) characteristics calculation