第 33 卷 第 4 期 北 京 化 工 大 学 学 报 Vol. 33, No. 4
2006 年 JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF CHEMICAL TECHNOLOGY 2006

平面曲线轮廓度误差评定的算法分析

于 源 邱子魁
(北京化工大学机电工程学院, 北京 100029)

摘 要: 为准确测定平面曲线轮廓度误差,提出一种平面曲线轮廓度误差评定的数学模型及其计算方法。首先通过对测量曲线特征点的平移和旋转完成粗调,进而通过坐标轮换法按最小条件原则实现平面曲线的最佳匹配以消除测量时的定位误差;针对测量的关键问题——点到曲线的最短距离,文中提出了一种新颖的法矢定界法,不必事先对复杂曲线进行单调处理,通过矢量积运算得出测量点到曲线最短距离的所有局部解,再求出其最小值即为测量点到曲线的最短距离。计算实例验证了该算法的可行性和实用性。

关键词: 线轮廓度误差; 最小条件原则; 最短距离; 测量
中图分类号: TP391.7

引 言

平面自由曲线在工程中发挥着重要作用,因此它的加工精度检验变得越来越重要,而评定曲线尺寸准确度的主要指标是线轮廓度误差。在评定过程中有两个核心问题决定是否能准确测定线轮廓度误差。一是曲线的最佳匹配,二是点到平面自由曲线最短距离的计算。

通常所给出的匹配准则是一种简化了的匹配准则,即使得测量点 P_i 到理想曲线 L 的距离平方和最小,参见文献[1-3]。而本文根据互换性测量技术,按照最小条件原则(即使得被测实际要素对其理想要素的最大变动量为最小的原则),采用 min(max(distance(P_i', L))) 的数学模型。首先通过对测量曲线的平移、旋转以及坐标轮换法精调,实现曲线匹配以消除测量时的定位误差。求解点到平面曲线最短距离时,如被测曲线是非单峰曲线,那么采用牛顿迭等一维搜索法时必须要将曲线进行单调性处理,即在每段单调曲线上求取局部解后再对其进行比较,计算量比较大[4]。为了不必对曲线进行单调性预处理,本文提出一种基于矢量积运算的法矢定界法,计算出最短距离所有的局部解,再求取其中最小值即为点到曲线最短距离。并通过实例验证了该算法的可行性及实用性。

收稿日期: 2005-10-10
第一作者: 1976 年生,讲师,工学博士
E-mail: yuyuan@mail.buct.edu.cn

1 曲线最佳匹配算法的实现

该算法实现包括两个步骤:曲线特征点预定位和曲线精调整。

1.1 被测曲线预定位

在使用三坐标测量机对自由曲线进行测量时,误差评定的关键在于检测结果中系统性定位误差的消除。一般情况下,被测曲线的测量坐标系与理想曲线的设计坐标系存在偏差,即工件的定位误差,而由于定位误差的存在,使三坐标测量机高的测量精度失去了意义。为此,必须对测量曲线进行调整,使得调整后的测量数据所代表的工件位置基本与理想位置一致以消除定位误差。为提高调整速度,首先采用对应特征点法进行粗调。所谓特征点,即具有特殊含义、便于计算机识别的点,如曲线的重心,曲线上距重心距离最大或最小点,曲率最大或最小点等均可作为特征点。本文选取曲线重心作为预定位的特征点,并建立与之对应的曲线特征点坐标系。曲线重心定义为表示曲线空间位置的点矢。被测曲线的重心或理想曲线的重心可以通过被测曲线测量点或理想曲线设计点简单的加权平均分别求得。坐标轴分别为重心处曲线切矢和该点的法向矢量。可以认为,无形状误差的实测曲线与理想曲线不重合是实测曲线坐标系在理想曲线坐标系内进行某种平移、旋转变换之后的结果。只需寻找出这种变换,并进行其逆运算,即可实现曲线位置的调整。首先对被测曲线进行平移,通过矢量的平移可将被测曲线 L 的重心 P_G' 与理想曲线 L 的重心 P_G 相重合,如

图1所示。通过加权平均求解被测曲线的重心坐标(x_G', y_G')及理想曲线的重心坐标(x_G, y_G)。被测曲线重心坐标的计算方法如下

$$(x_G', y_G') = \sum \alpha_i (x_i', y_i') \tag{1}$$

其中:(x_i', y_i')为测量点坐标$(i = 1, 2, \cdots, m)$。α_i为加权系数,如测量点在被测曲线上的分布密度基本上均匀,可令$\alpha_i = 1/m$,否则要考虑测点间的密集程度。

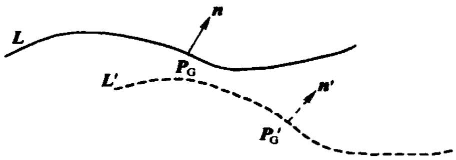

图1 被测曲线预定位示意图

Fig.1 The pre-location of planar curve to be measurd

计算理想曲线的重心坐标方法同上。可得平移后的测量曲线上测量点坐标为

$$(x_i', y_i') = (x_i', y_i') + [(x_G', y_G') - (x_G', y_G')] \tag{2}$$

经过平移处理,被测曲线与理想曲线的重心坐标系仍存在偏转,偏转角度为

$$\theta = \cos^{-1}(n' \cdot n) \tag{3}$$

其中:n'为被测曲线重心P_G'的法向矢量;n为理想曲线重心P_G的法向矢量。

令旋转轴是过曲线重心的单位矢量,其方向为

$$o = n' \times n \tag{4}$$

将被测曲线上的所有测量点绕矢量o方向旋转θ角,即可使得被测曲线重心坐标系与理想曲线的重合。旋转后被测曲线上的测量点P_i'可计算得出

$$P_i' = P_G' + (P_i' - P_G')(o) \tag{5}$$

式中,P_G'为曲线重心矢量;$(P_i' - P_G')(o)$表示矢量差绕旋转轴o旋转θ角所得结果。

1.2 被测曲线精调整

曲线精调整的目的在于通过对被测曲线的精调整来完成被测曲线在空间对理想曲线的包容过程,即使得被测实际要素对其理想要素的最大变动量最小,根据最小条件原则,建立的数学模型为:

$$F = \min(\max(\text{distance}(P_i', L))) \tag{6}$$

其中P_i'为待测曲线上测量点,本文对测量点的采样不做深入讨论;L为理想曲线。

曲线的最佳匹配问题可描述为:寻求被测曲线的最优位置,使被测曲线上的测量点到理想曲线的最大距离即目标函数F最小。可以看出,$F_{期望值} = 0$。对被测曲线进行了预定位后,将被测曲线和理想曲线看作是平面上具有三个自由度的点,可采用坐标轮换法进行求解,参见文献[5]。经过测量曲线与理想曲线的匹配之后,测量曲线上的采样测量点到理想曲线最短距离中最大偏差与最小偏差的差值即为该测量曲线的线轮廓度误差。

2 点到平面曲线最短距离的计算方法

在利用坐标轮换法对被测曲线进行精调整的过程中,要计算点到自由曲线的最短距离,因此求取测量点到理想曲线的最短距离是线轮廓度误差评定的另一个关键问题。

2.1 法矢定界法

平面自由曲线的表示一般可采用B样条曲线的形式,该方法计算简单并且具有局部控制曲线形状的特性,本算法正是利用B样条的这个优点进行定界的。如图2所示,L为理想曲线,其节点序列

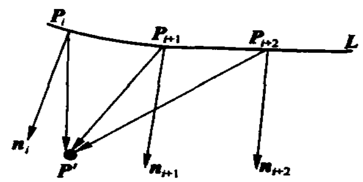

图2 法矢定界示意图

Fig.2 The method of delimiter of mormal vector

$\{P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, \cdots\}$对应的参数序列为$\{u_i, u_{i+1}, u_{i+2}, \cdots\}$,节点序列的法矢分别为$n_i, n_{i+1}, n_{i+2}, \cdots$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$。设测量点为P',令$i = 1$,计算:$(n_i \times P_iP') \cdot (n_{i+1} \times P_{i+1}P')$

若,$(n_i \times P_iP') \cdot (n_{i+1} \times P_{i+1}P') < 0$则测量点P对应于曲线段$P_iP_{i+1}$;

若$(n_i \times P_iP') \cdot (n_{i+1} \times P_{i+1}P')$,测量点P对应于曲线段$P_iP_{i+1}$之外。

令$i = i + 1$,判断下一曲线段,直到遍历到整条曲线尾段结束。

对于非单调的复杂平面曲线,该定界方法一样适用。如图3所示,理想曲线节点序列为$\{P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, \cdots\}$,节点序列的法矢分别为:$n_i, n_{i+1}, n_{i+2}, \cdots (i = 1, 2, \cdots, n)$。设测量点为P',按上述方法遍历整条理想曲线L,可得

$(n_i \times P_iP') \cdot (n_{i+1} \times P_{i+1}P') < 0$且$(n_{i+1} \times P_{i+1}P') \cdot (n_{i+2} \times P_{i+2}P') < 0$且$(n_{i+2} \times P_{i+2}P') \cdot (n_{i+3} \times P_{i+3}P') < 0$,因此可以判定测量点P对应

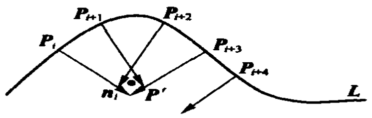

图 3　法矢定界法用于复杂曲线示意图

Fig. 3　The method of delimiter of mormal vector using in complicated curve

三段曲线段: P_iP_{i+1}、$P_{i+1}P_{i+2}$和 $P_{i+2}P_{i+3}$,即测量点到整条曲线的最短距离有 3 个局部解。

2.2　二分法搜索点到曲线的最短距离

确定了测量点对应的曲线段后,在每一曲线段区域利用二分法求取区域内点到曲线的最短距离。设图 4 中已经通过法矢定界法确定了测量点 P 对

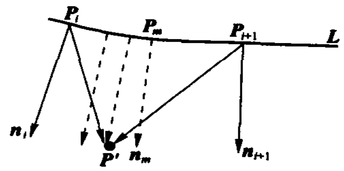

图 4　二分法搜索点曲线的最短距离示意图

Fig. 4　Calculation of the minimum distance from the point to the curve by dichotomy

应理想曲线 L 中节点 P_iP_{i+1}之间的曲线段。二分法计算方法如下:设在 P_i 和 P_{i+1}节点的参数值分别为 u_i, u_{i+1},取其中值记为: $u_m = (u_i + u_{i+1})/2$, u_m 对应理想曲线上的点为 P_m,其法矢为 n_m。若,$(n_i \times P_iP')\cdot(n_m \times P_mP') < 0$ 则测量点 P′对应于曲线段 P_iP_m;若,$(n_m \times P_mP')\cdot(n_{i+1} \times P_{i+1}P') < 0$ 则测量点 P′对应于曲线段 P_mP_{i+1};若 $(n_i \times P_iP')\cdot(n_m \times P_mP') = 0$,测量点 P′则落在法矢 n_m 上。以此类推,重复上述过程,不断缩小测量点所处的曲线段,并通过矢量积运算来判断其位置。当两节点对应的参数值之差小于一给定的无穷小量 δ(即二分法计算误差)时,求取其参数值对应的理想曲线上的点为 P_e,则可认为该点处法矢 n_e 即为测量点 P 到曲线段 P_iP_{i+1}的距离矢量,$|P_eP'|$即为测量点 P 到该曲线段 P_iP_{i+1}的最短距离。利用该算法计算测量点到所有对应的曲线段区域内的最短距离,取其最小值即为测量点到理想曲线的最短距离。

3　实例

如图 5 所示,根据理想曲线上的型值点采用 B 样条方法拟合出理想曲线 L,再以测量点为型值点拟合出测量曲线 L′。采用上述匹配算法对测量曲线进行定位误差的消除,如图 6 所示。匹配前后测量曲线的型值点数据参见表 1。计算出该测量曲线的线轮廓度误差为 1.13μm。

图 5　匹配之前的测量曲线和理想曲线

Fig. 5　The perfect curve and the curve to be measured before match

图 6　匹配之后的测量曲线和理想曲线

Fig. 6　The perfect curve and the curve to bc measured after match

表 1　匹配前后测量曲线型值点数据

Table 1　The interpolating points on the curve to be measured before match and the interpolating points after match

序号	匹配前被测曲线型值点坐标		匹配后被测曲线型值点坐标	
	x	*y*	*x*	*y*
1	5.31	3.42	0.73	4.26
2	7.58	4.83	2.93	5.35
3	10.03	5.75	5.47	6.17
4	12.79	5.68	8.09	5.99
5	16.78	6.11	12.08	6.08
6	19.13	4.14	14.53	3.83
7	24.83	4.22	20.03	3.71
8	29.72	4.67	25.14	3.65

参　考　文　献

[1]　王伯平. 基于遗传算法和自适应的平面线轮廓度误差评定方法[J]. 工程设计学报, 2004, 11(2): 68 - 72.

[2]　全荣, 翁玲. 评定线轮廓度误差的通用数学模型[J]. 宇航计测技术, 1994, 13(2): 30 - 34.

[3]　王伯平, 曾建潮. 一种自调整的空间面轮廓度误差的评定方法[J]. 计量学报, 2002, 21(2): 106 - 108.

[4]　张琳, 郭俊杰. 自由曲线轮廓度误差评定中的坐标系自适应调整[J]. 仪器仪表学报, 2002, 23(2): 203 - 205.

[5]　于源, 卢军, 王小椿, 等. 自由曲面测量中曲面匹配的建模及算法分析[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(3): 467 - 471.

(下转第 47 页)

表 3　试卷参数表

Table 3　Test paper parameter table

列名	数据类型	长度/ byte	说明
paper_id	int	4	主键,试卷编号,数据库标志字段,自动生成,初始值为 1 ,增量为 1
paper_name	char	200	试卷名
course_id	int	4	外键,对应课程 ID
max	int	4	题目总的数量
finish	bit	1	是否完成 0 未 1 已
…			

开发的。能够大大的提高教师完成试卷的效率并实现学生的异地考试。该系统已经顺利通过北京化工大学教改项目组验收,并已经建立了一套基于《计算机组成原理》的题库,发布到北京化工大学校园网上进行使用,现有信息学院学生正在使用,取得了良好的效果。

参　考　文　献

[1] 王雍钧,黄毓瑜. 基于知识点题型分布和分值的智能组卷算法研究[J]. 计算机应用与软件, 2004, 21: 111 - 113.

[2] 薛春光,马素珍. "编译技术"试题库及试卷自动生成系统的研究[J]. 天津理工学院学报, 1996, 12: 11 - 15.

[3] Werry C. The work of education in the age of ecollege [J]. Computers and Composition, 2002, 19: 127 - 149.

[4] 林雪明,张钧良,蒋伟钢. 基于知识点的试题库组卷算法的建立[J]. 微机发展, 2001, 2: 77 - 80.

[5] 李展,陈移风,计算机考试系统中的给题策略与评分算法[J]. 计算机技术与自动化, 2002, 21: 64 - 71.

[6] 林莉,毛炳秋. 由命题综合要求自动生成试卷的软件系统的开发[J]. 计算机应用与软件, 2003, 20: 80 - 81.

An algorithm for setting online test papers

XIAO Yang　WANG Xiao　LIU Feng-xin

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: Based on the needs of network teaching, this paper describes the development of an online examination system. Principles described in the paper allow the objectivity and degree of discrimination of a test paper to be increased. An itembank structure is proposed and an algorithm for a test paper is realized. In addition, the paper provides a set of parameters and a test paper auto-generation system, which has already been embedded into the network teaching system in the university and runs well.

Key words: test paper forming; knowledge point; examination system

(上接第 43 页)

Algorithmic analysis of error evaluation for a planar free-form curve profile

YU Yuan　QIU Zi-kui

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: An efficient model and algorithm are presented for planar free-form curve profile error evaluation. By means of rotation and movement of a featured point on a free-form curve, the rough pre-location is realized. Adjustment is then carried out using the mathematics of coordinate alternation in order to deal with the problem of curve matching based on the least condition principle. A new method, named delimiter of normal vectors, is introduced in order to calculate the minimum distance from the point to the curve, which is the key problem in scaling. In the method, all the local minimum distances from the point to the curve are calculated by vector products, of which the minimum value is the required solution. Several examples have validated the feasibility and accuracy of this algorithm.

Key words: curve profile error; least condition principle; minimum distance; measuring