

椭圆齿轮-连杆机构的运动分析

王 波 张美麟

(北京化工大学机械工程学院, 北京 100029)

摘 要: 从椭圆齿轮机构具有变传动比的特点出发,对椭圆齿轮-连杆组合机构进行运动分析和急回特性分析,并用实验验证此种机构具有良好的运动特性和急回特性。

关键词: 齿轮;机构;运动分析

中图分类号: TH112.1;TH112.3

引 言

单一的基本机构具有一定局限性,运用机构组合原理可以构造出既满足工作要求,又具有良好运动和动力特性的机构,以便充分利用各种机构的良好特性^[1,2]。

非圆齿轮是圆齿轮的一种变型,即其滚动节圆已变为非圆形,称之为节曲线。由于非圆齿轮的曲率半径是变量,故由回转中心到啮合点的向径也是变量。在一对非圆齿轮啮合过程中,如果保持两齿轮的中心距不变,由于啮合节点位置沿中心线变化,故传动比是变化的,而且传动比的变化规律由啮合节点在中心连线上的变化规律决定。这样可以利用非圆齿轮来实现变速比运动^[3]。

椭圆齿轮是非圆齿轮最常见的一种形式。利用上述性质,并在其上串联一连杆机构,就可以改变执行构件的工作行程和空行程的时间比例。使其具有更好的急回特性,从而大大提高了工作效率,而且可使执行构件在工作行程中移动速度近似等速,减少冲击震动。

1 椭圆齿轮-连杆组合机构运动分析

图 1 为一串联组合式椭圆齿轮-连杆机构。其中两椭圆齿轮的结构尺寸完全相同,它们的回转中心 O_1, O_2 分别设在各自的一个焦点上,它们的另一焦点则分别用 F_1, F_2 表示,设 a, b, c 分别为椭圆的长半轴、短半轴和半焦距,则椭圆的离心率 $e =$

c/a , 两轮啮合的节点为 P 。连杆机构是一曲柄滑块机构,滑块的导轨与轮 2 的回转中心 O_2 在同一水平线上,连杆的活动铰设在轮 2 的非回转中心的焦点。

当主动轮 1 转过 θ 角时,从动轮 2 转过 ϕ 角。利用椭圆的几何性质以及齿轮啮合的基本定律求出这一对椭圆齿轮的瞬时传动比 i_{21} 。令

$$O_1 P = r_1 \quad O_2 P = r_2$$

$$\text{则 } i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

其中, ω_1 为主动轮角速度, ω_2 为从动轮角速度。

因椭圆上任意一点到两焦点之和等于其长轴 $2a$,由图 1 可知 $r_1 + PF_1 = 2a, r_2 + PF_2 = 2a$,由于两节椭圆纯滚动致使 $O_1 P F_1 \quad O_2 P F_2$,则 $r_1 = 2a - r_2, O_1 O_2 = O_1 P + O_2 P = r_1 + r_2 = 2a$ 。

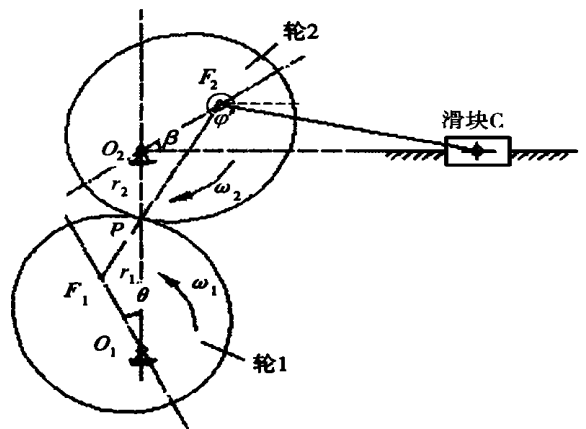


图 1 椭圆齿轮-连杆机构

Fig. 1 Elliptical gear-connecting rod assembly mechanism

在 $O_1 P F_1$ 中,有 $r_2^2 = r_1^2 + (2c)^2 - 2r_1 \cdot (2c) \cdot$

cos θ , 可求得

$$r_2 = \frac{a \cdot (1 + \frac{3}{e} - 2 e \cos \theta)}{1 - e \cos \theta} \quad r_1 = \frac{a \cdot (1 - \frac{2}{e})}{1 - e \cos \theta}$$

则瞬时传动比

$$i_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1 - \frac{2}{e}}{1 + \frac{3}{e} - 2 e \cos \theta} \quad (1)$$

在 O_2PF_2 中, 由正弦定理得曲柄与水平正方向的夹角

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{(1 - \frac{2}{e}) \sin \alpha}{1 + \frac{3}{e} - 2 e \cos \alpha} \right] \quad (0 < \theta < \pi) \quad (2)$$

极位夹角 (见图 3) $\theta = \pi/2 - 2 \arccos e = \cot^{-1} e$

同理可求得其他位置的角度方程

$$\theta = 2 \arccos \left[\frac{r_1 \sin \alpha}{r_2} \right] \quad (\theta < \pi) \quad (3)$$

$$\theta = \pi + \cos^{-1} \left[\frac{r_1 \sin (2\pi - \alpha)}{r_2} \right] \quad (4)$$

其中, $\theta < 2\pi - \alpha$

$$\theta = \pi - \cos^{-1} \left[\frac{r_1 \sin (2\pi - \alpha)}{r_2} \right] \quad (5)$$

其中, $2\pi - \alpha > 2\pi$

把后续曲柄滑块机构从组合机构中分离出来 (如图 2), 则变成一曲柄变角速转动的曲柄滑块机构, 其曲柄角速度为 ω_2 , 由此导出滑块速度 v_c 和滑块的位移 s_c 。由几何关系可导出

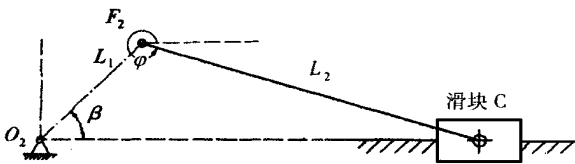


图 2 曲柄滑块机构

Fig. 2 Slider-crank mechanism

$$s_c = L_1(1 - \cos \alpha) + L_2(1 - \cos \beta) \quad (6)$$

其中, L_1 为曲柄长; L_2 为连杆长; $\sin \beta = - (L_1 \sin \alpha) / L_2$ 。

对位移求导可得

$$v_c = L_1 \omega_2 \sin(\alpha - \beta) / \cos \beta \quad (7)$$

根据条件和需要, 选择适当的离心率, 再由主动轮的角速度 ω_1 及 (1) 式求出从动轮的角速度 ω_2 , 再根据 (7) 式求出滑块每一瞬时位置的速度 v_c , 然后利用数值微分方法求出加速度 a_c , 即可绘出曲线图。

2 急回特性分析

利用作图法可求出组合机构急回速比系数, 如

图 3 所示。以 O_1O_2 为起始位置, 当 $\alpha = 0$ 时, 执行滑块 C 处于右极限 D 位置又当 $\alpha = 2\pi - 2\alpha$ 时, 滑块处于左极限 D' 位置。

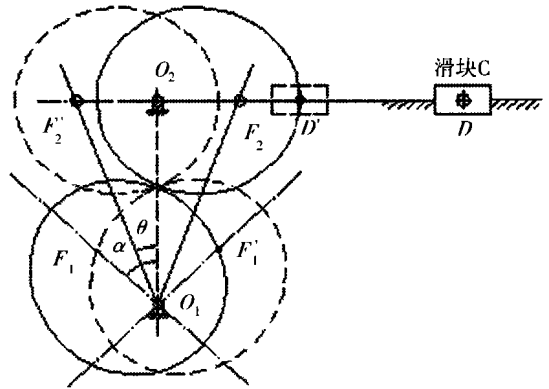


图 3 组合机构的极限位置

Fig. 3 Extreme position of the combined mechanism

由此可得其急回速比因数 k 为:

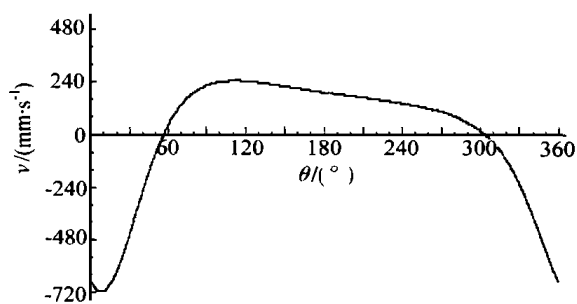
$$k = \frac{360^\circ - 2\theta}{2\theta} = \frac{180^\circ - \theta}{\theta}$$

而简单曲柄滑块机构的急回速比因数^[4] $k = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}$; 若使其急回效果与椭圆齿轮-连杆组合机构的急回效果相当, 即 $k(\text{椭圆}) = k(\text{一般})$, $(\text{一般}) = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} = 2 + \frac{2\theta}{180^\circ - \theta}$ (椭圆), 当 $(\text{椭圆}) < \sqrt{3}$ 时, $(\text{一般}) > (\text{椭圆})$, 当 $(\text{椭圆}) = \sqrt{3}$ 时, $(\text{一般}) = (\text{椭圆}) = \sqrt{3}$, 可见椭圆齿轮机构可在较小的情况下实现较大的 k , 且 $\theta = \sqrt{3}$ 在实际工程中有困难。另外, 在椭圆齿轮机构中, 随着 θ 的减小, k 不断增加。而一般机构中, 随着 θ 的增加, k 才增加。

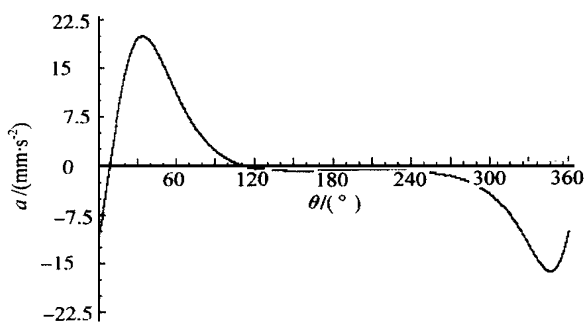
3 实例分析

取椭圆齿轮-连杆机构的两椭圆的半长轴长、半焦距分别为 50 mm、15 mm, 主动轮 1 的角速度 ω_1 为 12 rad/s, 曲柄长为 30 mm, 连杆长为 70 mm。根据上述分析及推导过程很容易计算出机构每一瞬时运动位置所对应滑块的速度 v_c 和加速度 a_c , 并按计算所得数据拟合曲线, 如图 4 所示。

从图 4(a) 可见, 执行构件滑块 C 的速度变化情况和急回效果。从图 4(b) 中也可看出, 在主动齿轮转角 α 位于接近 180° 区间范围内加速度值特别小, 即那时滑块 C 作近似等速运动。由前面的推导可求出极位夹角 $\theta = 56.60^\circ$, 并由此求出急回速比因数 $k = 2.18$ 。



(a) 速度曲线



(b) 加速度曲线

图4 速度、加速度随 θ 的变化曲线Fig. 4 Curves of velocity and acceleration versus θ

4 结束语

由上述推导与实例分析可得,椭圆齿轮连杆组合机构充分利用了椭圆齿轮与连杆机构的优点,使其具有比连杆机构更好的运动特性和更大的急回速比。

参 考 文 献

- [1] 张春林,张美麟,曲继方. 机械创新设计. 北京:机械工业出版社, 1999
- [2] 吕庸厚. 组合机构设计. 上海:上海科技出版社, 1996
- [3] 李富生,尹种芳,张遵连,等. 非圆齿轮与特种齿轮传动设计. 北京:机械工业出版社, 1983
- [4] 孙桓,陈作模. 机械原理. 北京:高等教育出版社, 1996

Kinematic analysis for the elliptical gears-connecting rod assembly

WANG Bo ZHANG Mei-lin

(College of Mechanical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: The kinematic analysis for the elliptical gears-connecting rod assembly was conducted based on the variable transmission ratio characteristics of the elliptical gears to show the quick-return characteristics of the assembly. An example study was provided to verify that this combined mechanism has good kinematic and quick-return characteristics.

Key words: gear; mechanism; kinematic analysis