

引用格式:王睿,周荣喜,李志强. 基于动态 SV 模型预测国债利率期限结构[J]. 北京化工大学学报(自然科学版), 2020, 47(4):108–114.

WANG Rui, ZHOU RongXi, LI ZhiQiang. Forecasting the term structure of interest rates with dynamic SV models[J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science), 2020, 47(4):108–114.

基于动态 SV 模型预测国债利率期限结构

王睿¹ 周荣喜¹ 李志强^{2*}

(1. 对外经济贸易大学 金融学院, 北京 100029; 2. 北京化工大学 数理学院, 北京 100029)

摘 要:选取中国人民银行 2011 年 1 月至 2018 年 3 月共 87 个月的国债收益率数据,通过改变价格数据为收益率数据,将传统的 Svensson 模型求解转化为线性优化问题,对利率期限结构进行较精确拟合,实证结果表明,参数的估计值与理论值有高度相关性且更加稳健。之后基于 SV 模型中各参数的 AR(1)模型和 VAR(1)模型构建了动态 SV 模型,实现了预测步长为 1 个月、6 个月和 1 年的样本外预测,预测结果表明,随着预测步长增大,动态 SV 模型的预测能力逐渐增强;当预测步长为 1 年时,SV-VAR(1)模型表现出较明显的优势,特别是对于长期利率的预测,预测误差的均值、方差以及均方根误差均小于其他模型。因此,动态 SV 模型更适合于步长较长时长期利率的预测,并且 SV-VAR(1)模型的表现更好,这为国债利率期限预测提供了一种新方法。

关键词:利率期限结构; SV 模型; 时间序列模型; 预测

中图分类号: F830.9 **DOI:** 10.13543/j.bhxbzr.2020.04.016

引 言

利率期限结构是用来描述某一时刻不同期限的即期利率与其剩余期限关系及变化规律的函数,它在宏观经济的预测以及债券衍生品的定价和风险管理等方面都有着非常重要的作用^[1],其研究核心在于利率期限结构模型,包括静态模型和动态模型。其中静态模型的操作性和实用性更强^[2],较有代表性的有样条模型和简约模型^[3]。1987 年 Nelson 和 Siegel^[4]提出了第一个简约模型,简称 NS 模型,之后 Svensson^[5]在 NS 模型的基础上提出了 SV 模型,解决了 NS 模型不能反映利率曲线多峰的问题,提高了对实际情况中更复杂多样的利率期限结构的拟合能力。NS 模型和 SV 模型因拟合利率期限结构满足光滑性、参数具有较强的经济含义、拟合结果符合利率期限结构预期理论而得到广泛应用,是许多国家中央银行采用的模型。朱世武等^[6]采用样条

法和 SV 模型拟合上海证券交易所国债的利率曲线,认为 SV 模型更加符合中国的实际情况。任姝仪等^[7]对 NS 模型、SV 模型等 N-S 族模型进行实证比较,认为 NS 模型不能很好描述长期的期限结构形态,SV 模型可以拟合利率曲线的双峰和双 U 形状;实证结果显示,我国利率曲线存在多峰的情况,SV 模型的拟合误差小于 NS 模型,拟合优度大于 NS 模型,且比 NS 模型更加稳定。Barrett^[8]的研究表明,求解 SV 模型参数时事先确定 λ_1 和 λ_2 的值,得到的其他参数估计值更加稳健。

相比于利率期限结构的拟合,对利率期限结构预测的研究更具有应用价值。传统的预测主要是对利率曲线本身的时间序列建模,结果显示只在短期内有一定的预测性^[9]。Caldeira 等^[10]运用非参数方法对美国零息债券的收益率曲线进行了预测,结果表明该方法只对期限较短收益率的预测效果较优,期限较长时没有优势。闫红蕾等^[11]运用神经网络模型对国债的利率期限结构进行了拟合和预测,但模型的解释力较弱,且对参数依赖性较强。刘晓等^[12]运用 4 种不同的神经网络模型对国债利率期限结构进行了预测,结果显示神经网络的结构、隐层节点数、迭代次数等都对结果有较强的影响,模型的普适性较弱。Diebold 等^[13]提出了动态 NS 预测模型,为利率期限结构的预测提供了一种新思路,动态

收稿日期: 2019-02-25

基金项目: 国家自然科学基金(71871062/71631005);教育部人文社会科学研究规划基金(16YJA630078)

第一作者: 女,1996 年生,硕士生

* 通信联系人

E-mail: li-zhiqiang2000@163.com

NS 模型通过对债券到期收益率水平、斜率和曲率 3 个因子的预测实现对到期收益率的预测,模型十分简洁,参数具有明确的经济含义;实证研究表明动态 NS 模型可以充分捕捉利率期限结构的动态变化,且具有较好的预测效果。康书隆^[14]运用我国的国债数据证明了基于 NS 模型参数序列的动态建模方法除具有简洁、可操作性强的优点之外,还能够很好刻画我国利率期限结构的动态变化规律。

结合 SV 模型的优势以及参数序列动态建模方法的优势,本文基于 SV 模型构建 SV 预测模型,通过最小化收益率误差和固定参数将模型求解时的非线性优化问题转化为线性优化问题,增强估计的稳定性,并基于 SV 模型构建动态 SV 预测模型,采用中国人民银行的国债即期利率数据进行了实证检验,结果表明预测模型在预测步长较长时的长期利率具有一定的优越性。

1 SV 利率期限结构模型与实例验证

1.1 SV 模型

Svensson^[5]在 NS 模型的基础上进行了改进,提出了 SV 模型,其即期利率为

$$r(t) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 t} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 t} - e^{-\lambda_1 t} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (1)$$

式中, λ_1 、 λ_2 、 β_0 、 β_1 、 β_2 和 β_3 为模型的 6 个参数。之后有学者对这些参数的含义进行了解释^[12]:

1) β_0 被视为水平因子,反映了利率曲线的长期水平, $r(\infty) = \beta_0$, $\beta_0 > 0$;

2) β_1 代表短期利率部分,被视为斜率因子,反映了利率曲线的倾斜程度, $|\beta_1|$ 越大,利率曲线越陡峭, $\beta_1 > 0$ 利率曲线为上升形态, $\beta_1 < 0$ 为下降形态;

3) β_2 和 β_3 分别表示不同的中期利率部分,被视为曲度因子,用来描述利率曲线的峰态,反映了利率曲线的曲度, $\beta_2, \beta_3 > 0$ 时利率曲线为驼峰形态, $\beta_2, \beta_3 < 0$ 时利率曲线为 U 字形态;

4) λ_1 和 λ_2 决定 β_1 、 β_2 和 β_3 的收敛速度,也分别决定了 β_2 和 β_3 载荷极值点的位置。

对于式(1)中参数的估计,传统的方法是通过求解最小化债券实际价格与估计价格之差的加权平方和的优化问题得到,但是求解上述的非线性优化问题较为困难,不仅需要找到合理的算法,而且其对参数的初始值有很强的依赖性^[15]。Svensson^[5]认为这种估计方法可能会导致参数失真,估计不稳定,而

最小化收益率误差则相对稳健得多^[16]。Koopman 等^[17]研究发现,模型中的参数 λ 对利率曲线拟合的误差影响不大,拟合优度也对 λ 的取值不敏感。因此本文在实证研究中先将 λ 固定,将非线性优化问题转化为线性优化问题,使用最小二乘估计求得稳定的参数。

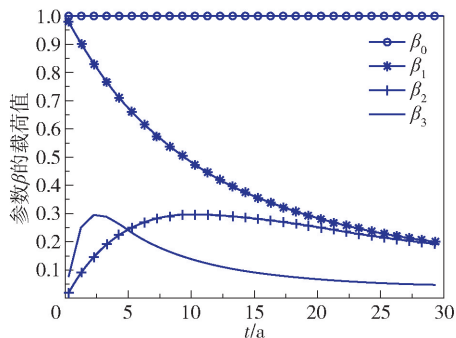
1.2 模型参数的估计

首先选取 2011 年 1 月至 2018 年 3 月每月最后一个交易日,期限为 3 个月、6 个月、1 年、3 年、5 年、7 年、10 年和 30 年的即期利率(87×8) 面板数据为样本,数据源自中国人民银行网站。对样本数据进行初步统计得出,我国的国债利率期限结构在平均程度上呈现上升形态,短期利率波动大于长期利率,长期利率的自相关程度要大于短期利率,且变化更为缓慢。利用 SPSS 软件对样本数据进行主成分分析,结果显示前两个主成分对利率曲线的累计解释比例为 97.73%,提取的 4 个主成分对利率曲线的累计解释比例高达 99.52%,几乎可以完全解释利率曲线的变动,进一步验证了 SV 模型用三因素描述利率期限结构的合理性。

鉴于运用传统非线性优化方法求解模型的参数通常不稳定,本文首先设定参数 λ_1 和 λ_2 的值,再通过求解线性优化得到参数 β_0 、 β_1 、 β_2 和 β_3 的值。参数 λ_1 和 λ_2 决定着中期利率部分因子 β_2 和 β_3 的载荷值 $(1 - e^{-\lambda t})/\lambda t - e^{-\lambda t}$ 在何时达到最大。中国的中期国债发行期限多为 1 ~ 7 年,分别代入 $(1 - e^{-\lambda t})/\lambda t - e^{-\lambda t}$,求出载荷值达到最大时的 λ_1 和 λ_2 对应的取值范围为 $[0.256, 1.793]$ 。

因此将 λ_1 和 λ_2 的初始范围设定为 $[0.25, 2]$,将参数分别按 0.01 为间隔遍历代入 SV 模型,按样本数据回归残差最小原则,寻找区间内参数的最优取值,最终得到 $\lambda_1 = 0.298$, $\lambda_2 = 0.721$,此时载荷值 $(1 - e^{-\lambda t})/\lambda t - e^{-\lambda t}$ 达到最大,对应的期限 t 大约为 6 年和 2.5 年,再将参数 λ_1 和 λ_2 的值代入,得到参数 β_0 、 β_1 、 β_2 和 β_3 的载荷值如图 1 所示。可以看出 β_0 、 β_1 、 β_2 和 β_3 分别影响着利率曲线的水平、斜率和曲度。在确定了参数 λ_1 和 λ_2 的取值后,对样本区间内每个月的截面数据依次进行最小二乘回归,从而得到参数 β_0 、 β_1 、 β_2 和 β_3 的估计序列以及 SV 模型拟合的利率期限结构结果。

根据 1.1 节所述各 β 的经济含义,本文将 β_0 的理论值假设为 30 年期国债的即期利率, β_1 的理论值假设为 30 年期国债即期利率与 3 个月国债即期



参数 t 表示期限,下同。

图 1 参数 β 的载荷值

Fig. 1 Load value of parameter β

利率之差, β_2 的理论值假设为 5 年期国债即期利率的 2 倍与 3 个月期国债即期利率及 30 年期国债即期利率之和的差, β_3 的理论值假设为 3 年期国债即期利率的 2 倍与 3 个月期国债即期利率及 30 年期国债即期利率之和的差。各 β 估计值的统计量见表 1, 估计结果及与理论值的对比如图 2 所示。

表 1 β 估计值的描述性统计量

Table 1 Descriptive statistics of β estimates

估计值	均值	标准差	最小值	最大值
β_0	4.410	0.447	3.349	5.298
β_1	-1.603	0.436	-2.621	-0.188
β_2	-0.194	0.990	-3.413	3.494
β_3	0.193	0.889	-3.032	2.351

计算各 β 参数估计值与理论值的相关系数, 得到 β_0 估计值与理论值的相关系数为 0.980, β_1 的相应值为 0.974, β_2 的相应值为 0.850, β_3 的相应值为 0.702。从图 2 和表 1 的结果也可以看出, 估计值与理论值高度一致, 估计标准差基本稳定在一定范围内, 模型参数估计整体较为准确稳健。

1.3 拟合结果与分析

通过估计得到模型参数后, 将样本数据代入式(1)得 SV 模型, 最终得到的拟合结果及残差如表 2 和图 3~5 所示。

表 2 和图 5 的残差结果说明, SV 模型基本上可以准确描述出利率期限结构的变动趋势, 残差的绝对值和波动也较小, 模型整体的拟合效果较好。相较而言, 中期利率的拟合误差和波动更大一些。

2 基于动态 SV 模型的利率期限结构预测

2.1 β 的平稳性与相关性检验

首先对得到的参数 β 估计序列进行检验分析,

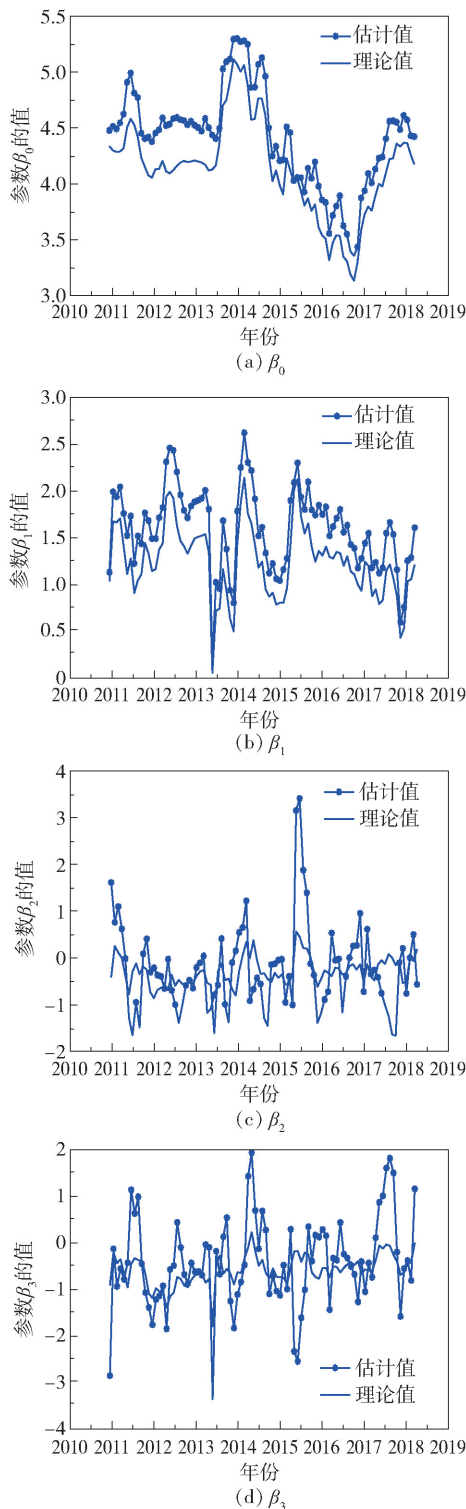


图 2 参数 β 的理论值与估计值

Fig. 2 Theoretical and estimated values of β

然后根据其自身的特征建立时间序列模型, 最后进行样本外预测, 检验模型的预测效果。对 β_0 、 β_1 、 β_2 和 β_3 的估计序列进行单位根检验, 结果显示 β_0 和 β_1 可能存在单位根, 一阶差分平稳, β_2 和 β_3

表 2 样本区间拟合残差描述性统计量

Table 2 Descriptive statistics of fitting residuals in sample interval

期限	均值	标准差	最小值	最大值	$\rho(1)$	$\rho(12)$	$\rho(20)$
3 个月	0.005	0.031	-0.084	0.118	0.451	0.104	-0.075
6 个月	-0.002	0.048	-0.187	0.152	0.446	0.128	-0.114
1 年	-0.026	0.050	-0.225	0.050	0.621	0.156	-0.129
3 年	0.022	0.058	-0.094	0.259	0.538	0.103	-0.082
5 年	0.009	0.036	-0.060	0.083	0.470	0.001	0.018
7 年	0.044	0.026	-0.031	0.105	0.490	0.087	-0.057
10 年	-0.063	0.049	-0.200	0.041	0.690	0.174	0.053
30 年	0.011	0.012	-0.011	0.047	0.651	0.141	-0.009

$\rho(1)$ 、 $\rho(12)$ 和 $\rho(20)$ 分别表示残差的 1 阶、12 阶和 20 阶自相关系数。

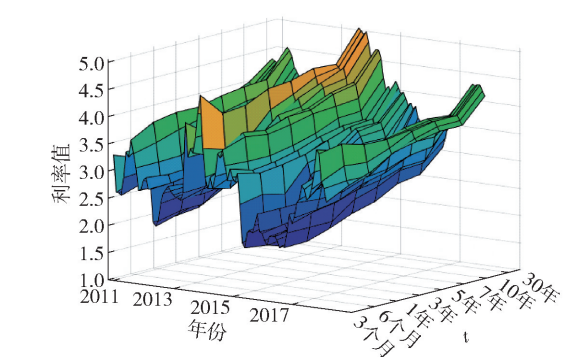


图 3 样本区间利率曲线的原始值

Fig. 3 Plots of the true value of the interest rate

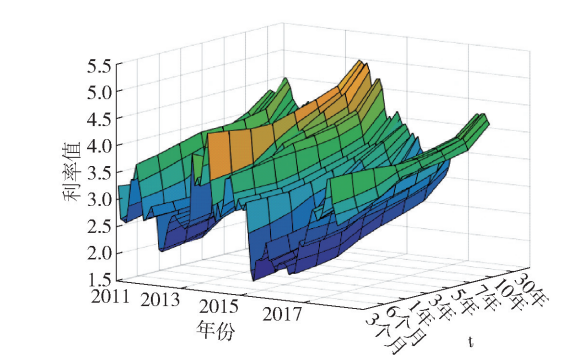


图 4 样本区间利率曲线拟合结果

Fig. 4 The fitting value of the interest rate curves

满足平稳性。

各个参数 β 的相关性检验结果如表 3、4 所示，可以看出，各参数之间都存在一定的相关性。其中 β_0 的自相关性最强， β_1 和 β_2 之间的相关性最强。但与 Diebold 等^[13]使用美国国债数据计算出的结果相比，本文中参数 β 的自相关性相对较弱。

2.2 动态 SV 模型的构建

根据所得参数 β 的性质与经济含义，决定利用

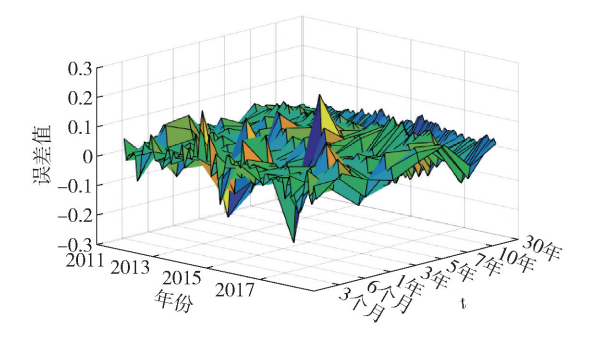


图 5 样本区间利率曲线拟合残差

Fig. 5 The error value of the interest rate curves

表 3 参数 β 的自相关系数

Table 3 Autocorrelation coefficient of parameter β

因子	$\rho(1)$	$\rho(6)$	$\rho(12)$
β_0	0.937	0.609	0.179
β_1	0.679	-0.027	-0.043
β_2	0.623	-0.145	-0.012
β_3	0.442	-0.088	-0.017

$\rho(1)$ 、 $\rho(6)$ 和 $\rho(12)$ 分别表示残差的 1 阶、6 阶和 12 阶自相关系数。

表 4 各参数之间的相关系数

Table 4 Correlation coefficients between parameters

因子	相关系数			
	β_0	β_1	β_2	β_3
β_0	1.00	-0.10	-0.15	0.12
β_1	-0.10	1.00	-0.54	-0.32
β_2	-0.15	-0.54	1.00	0.08
β_3	0.12	-0.32	0.08	1.00

AR(1)模型和 VAR(1)模型对参数 β 进行预测。为了更直观地检验动态 SV 模型的预测效果，引入随机游走预测模型与其进行比较。具体的动态 SV 模

型构建如下。

1)SV-AR(1)模型

$$\begin{aligned} \hat{r}_{t+h}(\tau) &= \hat{\beta}_{0,t+h} + \hat{\beta}_{1,t+h} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} \right) + \hat{\beta}_{2,t+h} \cdot \\ &\left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + \hat{\beta}_{3,t+h} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau}}{\lambda_2 \tau} - e^{-\lambda_2 \tau} \right) \quad (2) \\ \nabla \hat{\beta}_{i,t+h} &= \hat{c}_i + \hat{\gamma}_i \nabla \hat{\beta}_{i,t}, \quad i = 0, 1 \\ \hat{\beta}_{i,t+h} &= \hat{c}_i + \hat{\gamma}_i \hat{\beta}_{i,t}, \quad i = 2, 3 \end{aligned} \quad (3)$$

2)SV-VAR(1)模型

$$\begin{aligned} \hat{r}_{t+h}(\tau) &= \hat{\beta}_{0,t+h} + \hat{\beta}_{1,t+h} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} \right) + \hat{\beta}_{2,t+h} \cdot \\ &\left(\frac{1 - e^{-\lambda_1 \tau}}{\lambda_1 \tau} - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + \hat{\beta}_{3,t+h} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_2 \tau}}{\lambda_2 \tau} - e^{-\lambda_2 \tau} \right) \quad (4) \\ \hat{\beta}_{t+h} &= \hat{c} + \hat{\Gamma} \hat{\beta}_t \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $\hat{\beta} = [\nabla \hat{\beta}_0, \nabla \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3]'$, \hat{c} 为一个 4×1 的常数向量, $\hat{\Gamma}$ 为一个 4×4 系数矩阵。

3)随机游走预测模型

$$\hat{r}_{t+h}(\tau) = r_t(\tau) \quad (6)$$

2.3 模型预测的实证检验

首先将样本区间分为两部分,其中,2011 年 1 月至 2015 年 12 月为样本内区间,共 60 个月,2016 年 1 月至 2018 年 3 月为样本外区间,共 27 个月。预测步长分别设置为 1 个月、6 个月和 1 年,得到的结果如表 5~7 所示,表中的均值、标准差及均方根误差是对各期限的预测收益率与理论值误差的统计。

表 5 样本外预测步长为 1 个月的利率预测结果

Table 5 Out-of-sample forecast results for a 1-month				
模型	期限	均值	标准差	均方根误差
SV-AR(1)模型	3 个月	-0.023	0.207	0.204
	1 年	-0.058	0.159	0.166
	3 年	-0.074	0.129	0.151
	5 年	-0.051	0.115	0.132
	10 年	0.029	0.116	0.118
	30 年	-0.020	0.109	0.128
SV-VAR(1)模型	3 个月	-0.041	0.293	0.290
	1 年	-0.065	0.260	0.304
	3 年	-0.083	0.204	0.301
	5 年	-0.109	0.181	0.274
	10 年	-0.011	0.178	0.207
	30 年	-0.055	0.171	0.228
随机游走模型	3 个月	-0.026	0.209	0.206
	1 年	-0.038	0.157	0.159
	3 年	-0.038	0.136	0.139
	5 年	-0.036	0.134	0.136
	10 年	-0.034	0.111	0.115
	30 年	-0.021	0.115	0.115

表 6 样本外预测步长为 6 个月的利率预测结果

Table 6 Out-of-sample forecast results for six months				
模型	期限	均值	标准差	均方根误差
SV-AR(1)模型	3 个月	-0.259	0.387	0.460
	1 年	-0.273	0.411	0.487
	3 年	-0.257	0.374	0.448
	5 年	-0.212	0.371	0.421
	10 年	-0.071	0.365	0.365
	30 年	-0.127	0.363	0.378
SV-VAR(1)模型	3 个月	-0.249	0.416	0.464
	1 年	-0.268	0.452	0.516
	3 年	-0.222	0.365	0.422
	5 年	-0.291	0.418	0.503
	10 年	-0.062	0.342	0.341
	30 年	-0.031	0.333	0.328
随机游走模型	3 个月	-0.253	0.381	0.451
	1 年	-0.256	0.404	0.472
	3 年	-0.191	0.412	0.447
	5 年	-0.182	0.400	0.433
	10 年	-0.155	0.354	0.380
	30 年	-0.113	0.375	0.385

表 7 样本外预测步长为 1 年的利率预测结果

Table 7 Out-of-sample forecast results for 1-year				
模型	期限	均值	标准差	均方根误差
SV-AR(1)模型	3 个月	-0.317	0.766	0.816
	1 年	-0.356	0.771	0.836
	3 年	-0.317	0.714	0.769
	5 年	-0.247	0.701	0.730
	10 年	-0.084	0.650	0.643
	30 年	-0.143	0.630	0.635
SV-VAR(1)模型	3 个月	-0.459	0.520	0.686
	1 年	-0.403	0.548	0.672
	3 年	-0.321	0.468	0.560
	5 年	-0.238	0.427	0.482
	10 年	-0.035	0.341	0.337
	30 年	-0.031	0.283	0.280
随机游走模型	3 个月	-0.335	0.755	0.814
	1 年	-0.426	0.722	0.827
	3 年	-0.277	0.718	0.757
	5 年	-0.232	0.721	0.745
	10 年	-0.172	0.647	0.658
	30 年	-0.117	0.644	0.643

从各模型的预测结果来看,预测步长为1个月时,SV-AR(1)模型和随机游走模型预测误差的标准差和均方根误差基本相同,但随机游走模型预测误差均值的绝对值相对更小,SV-VAR(1)模型的预测效果不甚理想,相比前两者误差较大。总体来看,两种动态SV模型的预测效果并没有优于随机游走模型。

预测步长为6个月时,3种模型对中短期利率的预测效果差别不大,相比而言,随机游走模型效果更好一些,但对于长期利率,SV-VAR(1)模型表现较好。

预测步长为1年时,SV-AR(1)模型和随机游走模型的预测效果基本一致,但SV-VAR(1)模型表现出较强的优势,特别是对中长期利率的预测,预测误差均值明显小于另外两个模型,且所有期限预测的误差标准差和均方根误差均显著降低,预测的稳定性较大。

综上可以得出,预测步长较短时,动态SV模型没有表现出明显的优势,但随着预测步长的增加,动态SV模型逐步显示出一定的优势,特别是对于长期利率的预测,当预测步长为1年时,SV-VAR(1)模型显示出比较明显的优越性,误差的均值和标准差大大减小。对于两种动态的SV模型,预测步长较短时,SV-AR(1)模型相对更好,但当预测步长增加时,SV-VAR(1)模型开始显示出自身的优势。因此可以得出,动态SV模型总体上更适合预测步长较长时的长期利率,相较而言,SV-VAR(1)模型的表现更好。

3 结论

(1)基于SV模型的思路,通过转化参数求解的非线性优化为线性优化问题得到更为稳定的参数估计值,样本拟合实证结果较好,参数 β_0 的估计序列与理论值序列的相关系数为0.980, β_1 为0.974, β_2 为0.850, β_3 为0.702。

(2)基于通过预测模型参数 β 来实现利率预测的思路,构建了SV-AR(1)预测模型和SV-VAR(1)预测模型,将预测步长设置为1个月、6个月和1年,对动态SV模型进行了样本外实证检验,结果显示,预测步长为1个月时,SV-AR(1)模型和随机游走模型预测误差的标准差和均方根误差基本相同,两种动态SV模型的预测效果相较于随机游走模型无明显优势;预测步长为6个月时,3种模型

对中短期利率的预测效果差别不大,但对于长期利率,SV-VAR(1)模型的预测误差均值明显小于其他两种模型;预测步长为1年时,SV-AR(1)模型和随机游走模型的预测效果基本一致,而SV-VAR(1)模型表现出较强的优势,预测误差的均值、标准差以及均方根误差均明显小于其他两个模型。

参考文献:

- [1] 文兴易,黎实. 基于局部线性逼近的利率期限结构动态NS模型[J]. 管理学报, 2012, 9(7): 975-978.
WEN X Y, LI S. The dynamic term structure NS model based on local linear approximation [J]. Chinese Journal of Management, 2012, 9(7): 975-978. (in Chinese)
- [2] 贺畅达. 产出、通货膨胀预测与利率期限结构——基于无套利动态NS模型[J]. 财经问题研究, 2012(11): 58-65.
HE C D. Output, inflation forecasting and term structure of interest rate—based on no-arbitrage dynamic NS model [J]. Research on Financial and Economic Issues, 2012(11): 58-65. (in Chinese)
- [3] 赵晶,张洋,尹浩明. 中国国债利率期限结构的动态特征: 基于NS和SV模型的实证判别[J]. 管理世界, 2014(11): 164-165.
ZHAO J, ZHANG Y, YIN H M. Dynamic characteristics of interest rate term structure of China's national debt: evidence based on NS and SV [J]. Management World, 2014(11): 164-165. (in Chinese)
- [4] NELSON C R, SIEGEL A. Parsimonious modeling of yield curves [J]. The Journal of Business, 1987, 60(4): 473-489.
- [5] SVENSSON L E O. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992—1994 [EB/OL]. (2006-05-25). <https://ssrn.com/abstract=226502>.
- [6] 朱世武,陈健恒. 交易所国债利率期限结构实证研究[J]. 金融研究, 2003(10): 63-73.
ZHU S W, CHEN J H. Empirical study of treasury bonds term structure in bourse [J]. Journal of Financial Research, 2003(10): 63-73. (in Chinese)
- [7] 任姝仪,杨丰梅,周荣喜. 中国国债利率期限结构Nelson-Siegel族模型实证比较[J]. 系统工程, 2011, 29(10): 30-34.
REN S Y, YANG F M, ZHOU R X. Empirical comparison of term structure of interest rates based on the Nelson-Siegel class models in China [J]. Systems Engineering, 2011, 29(10): 30-34. (in Chinese)
- [8] BARRETT W B. Term structure modeling for pension lia-

- bility discounting [J]. *Financial Analysts Journal*, 1988, 44(6): 63–67.
- [9] 杨丰梅, 任姝仪, 周荣喜. 带有惩罚项的多项式样条函数利率期限结构模型实证比较[J]. *系统工程理论与实践*, 2011, 31(4): 735–739.
YANG F M, REN S Y, ZHOU R X. Empirical comparison term structure of interest rates model based on polynomial spline function with penalty term [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2011, 31(4): 735–739. (in Chinese)
- [10] CALDEIRA J, TORRENT H. Forecasting the US term structure of interest rates using nonparametric functional data analysis [J]. *Journal of Forecasting*, 2017, 36(1): 56–73.
- [11] 闫红蕾, 张自力. 利率期限结构预测、国债定价及国债组合管理[J]. *统计研究*, 2018, 35(3): 23–37.
YAN H L, ZHANG Z L. Term structure modeling, prediction and bond pricing based on a neural network approach [J]. *Statistical Research*, 2018, 35(3): 23–37. (in Chinese)
- [12] 刘晓, 周荣喜, 李杰. 基于 4 类神经网络的国债利率期限结构预测[J]. *北京化工大学学报(自然科学版)*, 2017, 44(3): 113–118.
LIU X, ZHOU R X, LI J. Forecasting the term structure of interest rates with four kinds of neural networks [J]. *Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science)*, 2017, 44(3): 113–118. (in Chinese)
- [13] DIEBOLD F X, LI C. Forecasting the term structure of government bond yields [J]. *Journal of Econometrics*, 2006, 130: 337–364.
- [14] 康书隆. 国债利率期限结构的动态变化规律研究——基于 Nelson–Siegel 曲线的动态建模[J]. *财经问题研究*, 2013(5): 45–51.
KANG S L. Research on the dynamic change law of the term structure of national debt interest rate—dynamic modeling based on Nelson–Siegel curve [J]. *Research on Financial and Economic Issues*, 2013(5): 45–51. (in Chinese)
- [15] ESTRELLA A, HARDOUVELIS G A. The term structure as a predictor of real economic activity [J]. *The Journal of Finance*, 1991, 46(2): 555–576.
- [16] FAMA E F, BLISS R R. The information in long maturity forward rates [J]. *The American Economic Review*, 1987, 77(4): 680–692.
- [17] KOOPMAN S T, MALLEE M I P, VAN DER WEL M. Analyzing the term structure of interest rates using the dynamic Nelson–Siegel model with time-varying parameters [J]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2010, 28(3): 329–343.

Forecasting the term structure of interest rates with dynamic SV models

WANG Rui¹ ZHOU RongXi¹ LI ZhiQiang^{2*}

(1. School of Finance and Banking, University of International Business and Economics, Beijing 100029;

2. College of Mathematics and Physics, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: We have transformed the traditional approach for calculating the parameters of SV model into a linear optimization. We first converted bond prices to yields and then used an 87-month People's Bank of China data-set of China government bond yields from January 2011 to March 2018 to make an empirical analysis. The results show that the estimated parameters are highly correlated with their theoretical values and more robust. Finally, dynamic SV models were constructed by establishing the AR(1) model and the VAR(1) model for each parameter. The out-of-sample prediction performance of the proposed models, with predictive time lengths of one month, six months and one year, are compared. The results show that the prediction capability of the dynamic SV models increases with the growth of predictive time length. The SV–VAR(1) model performs well when the predictive time length is one year, the average, variance and RMS error of its prediction error are smaller than for other models. All in all, the dynamic SV model is more suitable for long-term interest rates prediction with longer predictive time lengths, and the SV–VAR(1) model is significantly better.

Key words: term structure of interest rate; SV model; time series model; forecast