

# 基于广义部分线性混合模型的中国A股上市公司 现金股利支付倾向影响因素贝叶斯分析

孙 煜 李志强\*

(北京化工大学理学院, 北京 100029)

**摘 要:** 基于2004~2011年12家中国A股上市公司的纵向数据,从成长性、经营状况、股权结构等方面来分析研究中国A股上市公司现金股利支付倾向的影响因素。建立关于规模、成长水平、融资水平、偿债水平、现金流水平、股东获利水平、人均GDP和第一大股东持股比例共8个观测变量的logistic广义部分线性混合效应模型,利用贝叶斯统计方法给出模型参数的估计,并将结果与A股上市公司现金股利支付的实际情况进行了对比分析。结果表明:本文所用模型可以正确解释影响上市公司现金股利支付倾向的因素。

**关键词:** 纵向数据; 广义部分线性混合模型; 贝叶斯分析; 现金股利

**中图分类号:** F064.1 **DOI:** 10.13543/j.bhxbzr.2018.03.019

## 引 言

证券市场开辟了企业筹资的新渠道,为经济的可持续发展奠定了良好的基础。现金股利是证券市场最常见、最重要的股利支付方式,公司派发现金股利可以带给股东现金收入,增强其投资能力;投资者通过研究上市公司的现金股利支付倾向,可以判断上市公司未来是否有意愿支付现金股利,并根据判断进行合理的投资。

目前对各指标变量影响上市公司支付现金股利概率的研究通常是用logistic回归与线性模型相结合来分析<sup>[1-3]</sup>,但是观测数据包含多个上市公司在不同时间点的观测值,而且不同公司间由于规模和效益等条件的不同使支付现金股利的意愿存在着差异;另外时间的影响是非线性的,采用非参数函数刻画更加合理<sup>[4]</sup>。广义部分线性混合模型是在logistic模型基础上的进一步推广,模型以普通的logistic模型为特例,不仅包含参数部分,同时由于加入非参数部分,从而比普通的logistic模型更加灵活,也能更好地拟合数据。作为广义部分线性混合模型的特殊情况,logistic回归模型的统计推断通常采用极大似然、拟似然或广义矩估计等方法<sup>[4-7]</sup>,但这些方法

在有限样本下相应的估计结果偏差较大,模型参数的估计效率也会降低;而贝叶斯方法引入了研究者的经验信息,可以在样本较少的情况下得到相对可靠的结果。另外,Kleinman等<sup>[8]</sup>在随机效应服从非参数先验分布条件下使用Gibbs抽样导出贝叶斯估计;Tang等<sup>[9]</sup>利用惩罚样条逼近非参数函数,并结合Gibbs算法<sup>[10]</sup>和MH算法<sup>[11]</sup>的优势构建混合抽样方法来估计模型中的未知参数。但文献[8-9]的先验设定都比较复杂,导致后验分布复杂度过高,不利于数值计算。

本文以我国12家A股上市公司为研究对象,首先合理选择影响因素指标,建立logistic广义部分线性混合模型进行分析;然后在文献[9]的基础上采用惩罚样条逼近非参数函数,并进一步简化先验设定,推导出logistic部分线性混合模型各参数的后验分布,得到模型参数的贝叶斯估计;最后通过实证分析证明了所建模型在有限样本下的有效性。

## 1 变量选取

影响现金股利支付倾向的因素主要有公司的成长性、经营状况、股权结构等。本文选择公司规模、成长水平来体现公司成长性,用融资水平、偿债水平、现金流水平来体现公司的经营状况,以股东获利水平、人均GDP和第一大股东持股比例表示公司的股权结构,研究这8个因素对上市公司现金股利分配意愿的影响。考虑到数据的可操作性,对部分数

收稿日期: 2017-11-09

第一作者: 男,1992年生,硕士生

\* 通信联系人

E-mail: li-zhiqiang2000@163.com

据以取对数或采用比例的形式来进行分析,变量的定义如表 1 所示。

表 1 变量表  
Table 1 Variables table

变量	取值
现金股利支付倾向	是否进行现金股利分配,是为 1, 否为 0
第一大股东持股比例	第一大股东期末持股数量/总股本数
规模	公司总资产的自然对数
成长性	本年总资产增长额/年初资产总额
融资能力	期末负债总额/期末资产总额
现金流能力	当期自由现金净流量/期末资产总额
股东获利能力	上市公司每股收益
偿债能力	流动资产/流动负债
人均 GDP	人均 GDP 的自然对数

## 2 模型描述

### 2.1 广义部分线性混合模型

根据文献[8-9], 广义部分线性混合模型定义为: 设  $y_{ij}$  是第  $i$  个公司在时间点  $t_{ij}$  的观测值, 其中  $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n_i$ , 随机变量序列  $y_{i1} | \mathbf{u}_i, y_{i2} | \mathbf{u}_i, \dots, y_{in_i} | \mathbf{u}_i$  是条件独立的, 则  $y_{ij}$  和条件均值、条件方差满足方程(1)

$$\begin{cases} p(y_{ij} | \mathbf{u}_i, \phi) = \exp [\phi^{-1} \{y_{ij} \theta_{ij} - b(\theta_{ij})\} + c(y_{ij}, \phi)] \\ \mu_{ij} = E(y_{ij} | \mathbf{u}_i) = \dot{b}(\theta_{ij}), \dot{b}(\theta) = \partial b(\theta) / \partial \theta \\ v_{ij} = \text{var}(y_{ij} | \mathbf{u}_i) = \ddot{b}(\theta_{ij}), \ddot{b}(\theta) = \partial^2 b(\theta) / \partial \theta^2 \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\phi$  是离差参数,  $c(\cdot, \cdot)$  是仅依赖于  $y_{ij}$  和  $\phi$  的函数,  $\theta_{ij}$  是典范参数。

存在已知的单调联系函数  $f(\cdot)$ , 使得式(2)成立

$$f(\mu_{ij}) \triangleq \eta_{ij} = \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta} + \mathbf{w}_{ij}^T \mathbf{u}_i + g(t_{ij}) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{x}_{ij}$  是一个由  $p \times 1$  解释变量组成的与固定效应相关的向量,  $\boldsymbol{\beta}$  是未知参数向量,  $\mathbf{w}_{ij}$  是由  $q \times 1$  个解释变量组成的与随机效应相关的向量,  $g(\cdot)$  是时间效应的未知非参数函数。

当随机效应的先验分布采用非参数 DP 分布假定时, 不但估计过程较复杂, 而且随机效应的后验分布的均值不再为零, 由此导致非参数函数和回归系数的有偏估计<sup>[12]</sup>。因此本文假定随机效应服从正态分布, 即  $\mathbf{u}_i$  服从正态分布  $N_q(\mathbf{0}, \mathbf{D})$ 。

由于每个个体分别有  $n_i$  个观测变量, 因此可以将模型表示如式(3)

$$\begin{pmatrix} \eta_{i1} \\ \vdots \\ \eta_{in_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i11} & \cdots & x_{i1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{in_i1} & \cdots & x_{in_ip} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g(t_{i1}) \\ \vdots \\ g(t_{in_i}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_{i11} & \cdots & w_{i1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{in_i1} & \cdots & w_{in_iq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{i1} \\ \vdots \\ u_{iq} \end{pmatrix} \quad (3)$$

记  $\boldsymbol{\eta}_i = (\eta_{i1}, \dots, \eta_{in_i})^T$ ,  $\mathbf{X}_i = (\mathbf{x}_{i1}, \dots, \mathbf{x}_{in_i})^T$ ,  $\mathbf{W}_i = (\mathbf{w}_{i1}, \dots, \mathbf{w}_{in_i})^T$ , 则式(3)可简化为

$$\boldsymbol{\eta}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta} + \mathbf{g}(t_i) + \mathbf{W}_i \mathbf{u}_i \quad (4)$$

进一步有

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_m \end{pmatrix} \boldsymbol{\beta} + \begin{pmatrix} \mathbf{g}(t_1) \\ \vdots \\ \mathbf{g}(t_m) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \mathbf{W}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{u}_m \end{pmatrix}$$

$n \times 1 \quad n \times p \quad n \times 1 \quad n \times qm \quad qm \times 1$

其中  $n = \sum_{i=1}^m n_i$ ,  $p$  为  $\mathbf{x}_{ij}$  的维度,  $q$  为  $\mathbf{w}_{ij}$  的维度。从而将整个模型简写为

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{g}(t) + \mathbf{W} \mathbf{u} \quad (5)$$

### 2.2 非参数部分的样条逼近

首先用惩罚样条来逼近未知函数  $g(\cdot)$ <sup>[13]</sup>

$$\mathbf{g}(t) = \alpha_0^{(1)} + \alpha_1^{(1)} t + \cdots + \alpha_s^{(1)} t^s + \sum_{l=1}^K \alpha_l^{(2)}$$

$$(t - \kappa_l)_+^s = \mathbf{B}^T(t) \boldsymbol{\alpha}$$

且有

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}^{(1)}, \boldsymbol{\alpha}^{(2)}) \\ \boldsymbol{\alpha}^{(1)} = (\alpha_0^{(1)}, \dots, \alpha_s^{(1)}), \boldsymbol{\alpha}^{(2)} = (\alpha_1^{(2)}, \dots, \alpha_K^{(2)}) \\ \mathbf{B}(t) = (1, t, \dots, t^s, (t - \kappa_1)_+^s, \dots, (t - \kappa_K)_+^s)^T \\ \alpha_+^s = \{\max(a, 0)\}^s \end{cases}$$

式中,  $s$  是多项式的次数,  $K$  是节点数量,  $\kappa_l$  代表第  $l$  个节点。

对于节点的位置, 本文采用样本集  $\mathbf{T}$  的  $(l+1)$  ( $K+2$ ) 次分位数作节点, 同时可以通过控制样条节点系数的方差来控制惩罚样条的光滑程度。因此假设

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}_h^{(1)} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_0^2), h = 1, \dots, s \\ \boldsymbol{\alpha}_l^{(2)} \sim N(\mathbf{0}, \sigma_\alpha^2(\kappa_l)), l = 1, \dots, K \end{cases}$$

所以有

$$\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}^{(1)}, \mathbf{B}^{(2)})^T \sim N_{s+K+1}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Lambda})$$

其中,  $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\boldsymbol{\Lambda}_1, \boldsymbol{\Lambda}_2)$ ,  $\boldsymbol{\Lambda}_1 = \text{diag}(\sigma_0^2, \dots, \sigma_0^2)$ ,  $\boldsymbol{\Lambda}_2 = \text{diag}(\sigma_\alpha^2(\kappa_1), \dots, \sigma_\alpha^2(\kappa_K))$ ,  $\sigma_0^2$  是已知常数,  $\sigma_\alpha^2(\kappa_l)$

是光滑参数。

为了估计光滑参数,对 $\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l)$ 进行建模

$$\begin{cases} \lg\{\sigma_{\alpha}^2(x)\} = \delta_0^{(1)} + \delta_1^{(1)}x + \cdots + \delta_q^{(1)}x^q + \\ \sum_{k=1}^{K_{\alpha}} \delta_k^{(2)}(x - \kappa_k^{\alpha})_+^q + v(x) \triangleq \mathbf{C}^T(x)\boldsymbol{\delta} + v(x) \\ \boldsymbol{\delta} \sim N_q(0, \boldsymbol{\Omega}), v(x) \sim N(0, \sigma_v^2) \end{cases}$$

式中 $\boldsymbol{\delta} = (\boldsymbol{\delta}^{(1)}, \boldsymbol{\delta}^{(2)})^T$ ,  $\boldsymbol{\delta}^{(1)} = (\delta_0^{(1)}, \dots, \delta_q^{(1)})$ ,  $\boldsymbol{\delta}^{(2)} = (\delta_0^{(2)}, \dots, \delta_{K_{\alpha}}^{(2)})$ ,  $q$  是多项式样条的次数,  $\mathbf{C}(x) = (1, x, \dots, x^q, (x - \kappa_1^{\alpha})_+^q, \dots, (x - \kappa_{K_{\alpha}}^{\alpha})_+^q)^T$ ,  $\kappa_1^{\alpha} < \dots < \kappa_{K_{\alpha}}^{\alpha}$  是样条节点,  $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}(\sigma_{0\delta}^2 \mathbf{I}_{p+1}, \gamma \mathbf{I}_{K_{\alpha}})$ 。  $\gamma$  是未知参数,  $\sigma_{0\delta}^2, \sigma_v^2$  是已知常数, 通常取值很小(如 0.01), 作为误差项存在。

### 3 模型的 Bayes 分析

#### 3.1 模型的全条件概率分布

由 2.1 节和 2.2 节总结可得, 已知的先验分布分别为

$$p(\mathbf{D}) \sim IW_r(\rho_0, R_0), p(\phi) \sim \Gamma(a_{\phi}, b_{\phi}) \quad (6)$$

$$p(\boldsymbol{\beta}|\phi) \sim N_p(\boldsymbol{\beta}_0, \phi^{-1}\mathbf{H}_0), p(\gamma) \sim \Gamma(a_{\gamma}, b_{\gamma}) \quad (7)$$

其中,  $\rho_0, R_0, a_{\phi}, b_{\phi}, a_{\gamma}, b_{\gamma}, \boldsymbol{\beta}_0, \mathbf{H}_0$  都是已知的超参数。从而全条件概率分布为

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\beta}, \phi, \mathbf{D}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Lambda}_2, \boldsymbol{\delta}, \gamma | \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \sigma_v^2) &= p(\mathbf{u})p(\boldsymbol{\delta})p(\boldsymbol{\Lambda})p(\boldsymbol{\alpha})p(\mathbf{Y})p(\boldsymbol{\beta}, \phi, \mathbf{D}, \gamma) \propto |\mathbf{D}|^{-\frac{1}{2}} \\ &|\boldsymbol{\Omega}|^{-\frac{1}{2}}|\boldsymbol{\Lambda}|^{-\frac{1}{2}} \exp(-\mathbf{u}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u} + \boldsymbol{\delta}^T \boldsymbol{\Omega}^{-1} \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\Lambda}^{-1} \boldsymbol{\alpha} + \\ &\sigma_v^{-2} \sum_{l=1}^K [\ln \sigma_v^2(\kappa_l) - \mathbf{C}^T(\kappa_l)\boldsymbol{\delta}]^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (\phi^{-1} \\ &(\gamma_{ij}\theta_{ij} - b(\theta_{ij})))p(\boldsymbol{\beta}, \phi, \mathbf{D}, \gamma) \end{aligned} \quad (8)$$

#### 3.2 固定效应的条件后验分布

由 $p(\boldsymbol{\beta}|\phi) \sim N_p(\boldsymbol{\beta}_0, \phi^{-1}\mathbf{H}_0)$ 、公式(8)和贝叶斯公式可得固定效应的条件后验分布为

$$p(\boldsymbol{\beta}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{u}, \phi) \propto \exp\left\{\phi^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (\gamma_{ij}\theta_{ij} - b(\theta_{ij})) - 0.5\phi(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}_0)^T \mathbf{H}_0^{-1}(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}_0)\right\} \quad (9)$$

式(9)的条件分布不是标准分布, 因此根据文献[11]的方法, 采用 MH 算法从后验分布 $p(\boldsymbol{\beta}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{u}, \phi)$ 中抽取样本观察值, 给定当前状态 $\boldsymbol{\beta}^{(m)}$ , 从正态分布 $N(\boldsymbol{\beta}^{(m)}, \sigma_{\beta}^2 \boldsymbol{\Omega}_{\beta})$ 中抽取一个潜在的 $\boldsymbol{\beta}$ , 其接受概率为

$$\min\left\{1, \frac{p(\boldsymbol{\beta}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{u}, \phi)}{p(\boldsymbol{\beta}^{(m)}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{u}, \phi)}\right\}$$

正态分布中,  $\boldsymbol{\Omega}_{\beta} = \phi^{-1} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_i^T \bar{\mathbf{V}}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{H}_0^{-1} \right)^{-1}$ ,  $\bar{\mathbf{V}}_i = E_{y_i}(\partial^2 b(\boldsymbol{\theta}_i) / \partial \boldsymbol{\theta}_i \partial \boldsymbol{\theta}_i^T) | \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}^{(m)}$ 。同时选择适当的方差调节系数 $\sigma_{\beta}^2$ , 使得潜在转移点的平均接受概率保持在 0.25 左右。

#### 3.3 随机效应的条件后验分布

对于 $p(\mathbf{u}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{D}, \phi, \boldsymbol{\beta})$ , 由全条件概率分布可得其条件后验分布为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{u}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{D}, \phi, \boldsymbol{\beta}) &\propto \prod_{i=1}^n \exp\left\{-\frac{1}{2}\right. \\ &\left[\sum_{j=1}^{n_i} \phi^{-1}(\gamma_{ij}\theta_{ij} - b(\theta_{ij})) + \mathbf{u}_i^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}_i\right]\} \propto \exp \\ &\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \phi^{-1}(\gamma_{ij}\theta_{ij} - b(\theta_{ij})) + \mathbf{u}_i^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}_i\right\} \quad (10) \end{aligned}$$

因公式(10)的条件分布不是标准分布, 所以同样根据后验分布 $p(\mathbf{u}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{D}, \phi, \boldsymbol{\beta})$ 采用 MH 算法抽取样本观察值, 在给定当前状态 $\mathbf{u}^{(m)}$ 下从正态分布 $N(\mathbf{u}^{(m)}, \sigma_u^2 \mathbf{D})$ 中抽取一个潜在的 $\mathbf{u}$ , 其接受概率为

$$\min\left\{1, \frac{p(\mathbf{u}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{D}, \phi, \boldsymbol{\beta})}{p(\mathbf{u}^{(m)}|\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{T}, \mathbf{D}, \phi, \boldsymbol{\beta})}\right\}$$

同时, 选择适当的方差调节系数 $\sigma_u^2$ 使得潜在转移点的平均接受概率保持在 0.25 左右。

#### 3.4 方差项的条件后验分布

首先对于 $p(\mathbf{D}|\mathbf{u})$ , 由 $\mathbf{D}$ 的先验分布、公式(8)和贝叶斯公式可得其后验分布为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{D}|\mathbf{u}) &= p(\mathbf{u}|\mathbf{D})p(\mathbf{D}) \propto |\mathbf{D}|^{-\frac{n+R_0+r+1}{2}} \exp \\ &\left\{-\frac{1}{2} \text{tr}\left[\mathbf{D}^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T + \rho_0\right)\right]\right\} \quad (11) \end{aligned}$$

所以有

$$p(\mathbf{D}|\mathbf{u}) \sim IW_r\left(n + R_0, \rho_0 + \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T\right)$$

且有

$$\begin{aligned} \text{tr}\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}_i\right) &= \text{tr}\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{D}^{-1} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T\right) = \\ \text{tr}\left(\mathbf{D}^{-1} \sum_{i=1}^n \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^T\right) \end{aligned}$$

其次对于 $p(\boldsymbol{\Lambda}_2|\mathbf{T}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\delta}, \sigma_v^2)$ , 由公式(8)可得其后验分布为

$$\begin{aligned} p(\boldsymbol{\Lambda}_2|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\delta}, \sigma_v^2) &\propto p(\boldsymbol{\alpha}^{(2)}|\boldsymbol{\Lambda}_2)p(\boldsymbol{\Lambda}_2) \propto \\ \prod_{l=1}^K p(\alpha_l^{(2)}|\alpha_l^{(2)}(\kappa_l))p(\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l)|\boldsymbol{\delta}, \mathbf{T}, \sigma_v^2) \end{aligned}$$

于是有

$$p(\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l) | \delta, T, \sigma_v^2) \propto (\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l))^{-0.5} \exp \left\{ -\frac{\alpha_l^{(2)^2}}{2\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l)} - \frac{(\ln \sigma_{\alpha}^2(\kappa_l) - C^T(\kappa_l)\delta)^2}{2\sigma_v^2} \right\} \quad (12)$$

因公式(12)的条件分布不是标准分布,所以同样采用 MH 算法从后验分布  $p(\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l) | \delta, T, \sigma_v^2)$  中抽取样本观察值,在给定当前状态为  $\sigma_{\alpha}^{2(m)}(\kappa_l)$  时,从正态分布  $N(\sigma_{\alpha}^{2(m)}(\kappa_l), \sigma_{\kappa_l}^2 I)$  中抽取一个潜在的  $\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l)$ ,其接受概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(\sigma_{\alpha}^2(\kappa_l) | \delta, T, \sigma_v^2)}{p(\sigma_{\alpha}^{2(m)}(\kappa_l) | \delta, T, \sigma_v^2)} \right\}$$

同时,选择适当的方差调节系数  $\sigma_{\kappa_l}^2$  使得潜在转移点的平均接受概率保持在 0.25 左右。

最后对于  $p(\gamma | \delta)$ ,考虑关于  $\gamma^{-1}$  的条件概率,有

$$p(\gamma^{-1} | \delta) \propto p(\delta | \gamma) p(\gamma^{-1})$$

由此可得

$$p(\gamma^{-1} | \delta) \sim \Gamma(a_{\gamma} + K_{\alpha}/2, \tau_{\gamma} + \delta^{(2)T} \delta^{(2)}/2) \quad (13)$$

### 3.5 离差参数的后验条件分布

由全条件概率分布和  $p(\beta | \phi) \sim N_p(\beta_0, \phi^{-1} H_0)$ ,  $p(\phi) \sim \Gamma(a_{\phi}, b_{\phi})$ ,可得离差参数  $\phi$  的后验条件分布为

$$p(\phi | Y, X, W, T, u, \beta, D) \propto \phi^{0.5p + \alpha_{\phi} - 1} \exp \left\{ -\phi [b_{\phi} + 0.5(\beta - \beta_0)^T H_0^{-1}(\beta - \beta_0)] + \phi^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} \theta_{ij} - b(\theta_{ij})) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} c(y_{ij}, \phi) \right\} \quad (14)$$

公式(14)的条件分布不是标准分布,所以采用 MH 算法从后验分布  $p(\phi | Y, X, W, T, u, \beta, D)$  中抽取样本观察值,在给定当前状态为  $\phi^{(m)}$  时,从正态分布  $N(\phi^{(m)}, \sigma_{\phi}^2 I)$  中抽取一个潜在的  $\phi$ ,其接受概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(\phi | Y, X, W, T, u, \beta, D)}{p(\phi^{(m)} | Y, X, W, T, u, \beta, D)} \right\}$$

同时,选择适当的方差调节系数  $\sigma_{\phi}^2$  使得潜在转移点的平均接受概率保持在 0.25 左右。

### 3.6 惩罚样条参数项 $\alpha, \delta$ 后验条件分布

首先,基于条件分布的定义可得

$$p(\alpha | Y, X, W, T, u, \phi, \beta, \Lambda_2) \propto \exp \left\{ \phi^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} \theta_{ij} - b(\theta_{ij})) - 0.5 \alpha^T \Lambda^{-1} \alpha \right\} \quad (15)$$

公式(15)的条件分布不是标准分布,所以采用 MH 算法从  $p(\alpha | Y, X, W, T, u, \phi, \beta, \Lambda_2)$  中抽取样本观察值,在给定当前状态为  $\alpha^{(m)}$  时,从正态分布  $N(\alpha^{(m)}, \sigma_{\alpha}^2 I)$  中抽取一个潜在的  $\alpha$ ,其接受概率为

$$\min \left\{ 1, \frac{p(\alpha | Y, X, W, T, u, \phi, \beta, \Lambda_2)}{p(\alpha^{(m)} | Y, X, W, T, u, \phi, \beta, \Lambda_2)} \right\}$$

同时,选择适当的方差调节系数  $\sigma_{\alpha}^2$  使得潜在转移点的平均接受概率保持在 0.25 左右。

其次,对于  $\delta$  直接计算可得其后验分布为

$$p(\delta | T, \Lambda_2, \gamma, \sigma_v^2) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_v^2} \sum_{l=1}^K (\ln \sigma_{\alpha}^2(\kappa_l) - C^T(\kappa_l)\delta)^2 - 0.5 \delta^T \Omega^{-1} \delta \right\}$$

于是有

$$p(\delta | T, \Lambda_2, \gamma, \sigma_v^2) \sim N_{q+K_{\alpha}+1}(\mu_{\delta}, M_{\delta}) \quad (16)$$

其中  $M_{\delta} = \left( \Omega^{-1} + \sum_{l=1}^K C(\kappa_l) C^T(\kappa_l) / \sigma_v^2 \right)^{-1}$ ,  $\mu_{\delta} =$

$$M_{\delta} \sum_{l=1}^K C(\kappa_l) \ln \sigma_{\alpha}^2(\kappa_l) / \sigma_v^2。$$

### 3.7 Bayes 推断

利用 Gibbs 与 MH 混合抽样算法获得抽样样本后,可以得到参数和非参数以及随机效应的标准差和贝叶斯估计。

$\{\phi^{(m)}, \beta^{(m)}, \delta^{(m)}, \alpha^{(m)}, u^{(m)}, \gamma^{(m)}, D^{(m)}, \Lambda_2^{(m)}\}$ ,  $m=1, \dots, M$  是由混合算法产生的  $\{\phi, \beta, \delta, \alpha, u, \gamma, D, \Lambda_2\}$  的随机样本,所以  $\phi, \beta, \delta, \alpha, u, \gamma, D, \Lambda_2$  的贝叶斯估计可以表示为

$$\begin{cases} \hat{\beta} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \beta^{(m)}, \hat{\phi} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}, \hat{\gamma} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \gamma^{(m)} \\ \hat{\alpha} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \alpha^{(m)}, \hat{\delta} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta^{(m)}, \hat{u} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M u^{(m)} \\ \hat{\Lambda}_2 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \Lambda_2^{(m)}, \hat{D} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M D^{(m)} \end{cases} \quad (17)$$

同时,非参数部分  $g(t)$  可以通过  $\hat{g}(t) = B^T(t) \hat{\alpha}$  来估计。类似地,参数的后验协方差矩阵的相合估计也可以通过随机样本的样本协方差矩阵得到

$$\hat{var}(\beta | Y, X, W, T) = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (\beta^{(m)} - \hat{\beta})(\beta^{(m)} - \hat{\beta})^T$$

## 4 实证分析

本文从中国 A 股上市公司中选取 12 家有代表性的上市公司,根据这 12 家上市公司 2004 ~ 2011



年的数据进行实证分析。

根据文献[3]的方法,以现金股利支付意愿( $Y$ )作为响应变量,以第一大股东持股比例( $X_1$ )、公司规模( $X_2$ )、公司成长性( $X_3$ )、融资能力( $X_4$ )、偿债能力( $X_5$ )、现金流能力( $X_6$ )、股东获利能力( $X_7$ )和人均 GDP( $X_8$ )作为解释变量,建立如式(18)的logistic 部分线性混合模型来刻画解释变量对支付倾向的影响

$$\begin{cases} P(Y_{ij} = 1) = \frac{1}{1 + \exp(-\eta_{ij})} \\ \eta_{ij} = \beta_1 X_{1ij} + \beta_2 X_{2ij} + \beta_3 X_{3ij} + \beta_4 X_{4ij} + \beta_5 X_{5ij} + \\ \beta_6 X_{6ij} + \beta_7 X_{7ij} + \beta_8 X_{8ij} + g(t_{ij}) + u_i \end{cases} \quad (18)$$

式中, $g(t_{ij})$ 是关于时间的平滑函数,作为模型的非参数部分; $u_i$ 为相互独立的随机截距项,其先验信息服从正态分布  $N(\mathbf{0}, \mathbf{D})$ 。

将 12 家上市公司 2004 ~ 2011 年的数据代入公式(16),通过贝叶斯分析和混合算法抽样,得到参数和超参数的估计结果如表 2 和表 3 所示。

表 2  $\phi, \gamma$  和  $\mathbf{D}$  的估计值及标准差

Table 2 Posterior mean and standard deviation of  $\phi, \gamma$  and  $\mathbf{D}$

超参数	$\phi$	$\gamma$	$\mathbf{D}$
估计值	1.175 2	$4.955\,3 \times 10^{-4}$	4.674 2
标准差	0.978 6	$1.744\,9 \times 10^{-9}$	0.041 0

表 3  $\beta$  的估计值及其标准差

Table 3 Posterior mean and standard deviation of  $\beta$

参数	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
估计值	0.326 9	1.081 1	1.842 7	-11.366 9
标准差	0.008 7	0.063 1	0.072 1	0.443 1
参数	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$
估计值	0.046 9	-1.182 7	0.134 8	-0.334 2
标准差	0.004 1	0.173 7	0.001 6	0.024 1

由表 3 可以看出,各个变量都对是否进行现金股利分配产生了影响,说明所建模型是有效的。同时代表第一大股东持股比例、公司规模、公司成长性、偿债能力和股东获利能力的参数系数都为正值,说明这 5 个因素正面影响上市公司的现金股利分配意愿。原因是第一大股东持股比例越大,上市公司现金股利支付水平越高,公司拥有更大的发展机会、能力和收入,上市公司的现金股利支付率也就越高。另外,现金流能力、融资能力和人均 GDP 3 个因素

的系数都为负值,说明这 3 个因素与现金股利分配意愿成反比例,这与已有结论相一致,即公司偿债能力、资本市场发展水平和经济发展水平越高,公司现金股利支付率越低。

时间  $t$  定义为  $t = (t_{\text{year}} - 2003) / 5$ ,其中  $t_{\text{year}}$  为年份。然后根据非参数估计结果画图,得到  $g(t)$  的样条逼近如图 1。由图可知,时间函数的影响效应曲线是不规则的连续函数,因此需要利用非参数函数刻画。这也印证了本文所建模型的正确性。

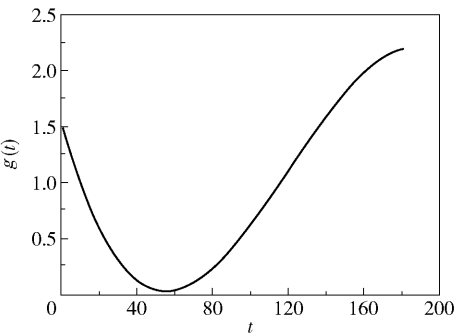


图 1  $g(t)$  的样条逼近

Fig. 1 Spline approximation of  $g(t)$

5 结束语

本文简化了随机效应部分的先验分布,并采用 Gibbs 与 MH 抽样相结合的混合抽样算法,更高效地获得了参数的贝叶斯估计。所选择的影响因素指标对于上市公司的现金股利分配意愿有着不同程度的影响,且影响效果与显示情况基本相符,说明所构建的logistic 广义部分线性混合模型在实际应用中是可行的。

另外本文方法也可以针对其他 6 种不同的股利支付方式进行进一步研究。

参考文献:

[1] 杨淑娥,王勇.我国股利分配政策影响因素的实证分析[J].会计研究,2000(2):31-34.  
YANG S E, WANG Y. An empirical analysis of the influencing factors of China's dividend distribution policy [J]. Accounting Research, 2000(2): 31-34. (in Chinese)  
[2] 王合喜,胡伟.我国上市公司现金股利分配政策影响因素研究[J].财务与会计,2004(2):21-23.  
WANG H X, HU W. Research on the influence factors of cash dividend policy of Listed Companies in China [J]. Finance and Accounting, 2004(2): 21-23. (in Chinese)

- nese)
- [3] 胡凯, 朱泽钢. 现金流两权分离、融资约束与现金股利支付倾向——基于中国上市公司数据 logistic 回归的研究[J]. 西北农林科技大学学报(社会科学版), 2011, 11(3): 35–40.
- HU K, ZHU Z G. The separation of claim right of cash and financial constraint and the tendency of dividend distribution—a study based the empirical data of China's listed companies' logistic regression research [J]. Journal of Northwest Agriculture and Forestry University (Social Science Edition), 2011, 11(3): 35–40. (in Chinese)
- [4] 倪艳凤, 朱仲义. 纵向数据广义部分线性模型的惩罚 GMM 估计[J]. 应用概率统计, 2012, 28(3): 285–300.
- NI Y F, ZHU Z Y. Partial linear models for longitudinal data based on penalized general method of moments [J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 2012, 28 (3): 285–300. (in Chinese)
- [5] MAY R C, IBRAHIM J G, CHU H. Maximum likelihood estimation in generalized linear models with multiple covariates subject to detection limits[J]. Statistics in Medicine, 2011, 30(20): 2551–2561.
- [6] LIANG H. Generalized partially linear mixed-effects models incorporating mismeasured covariates[J]. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 2009, 61(1): 27–46.
- [7] TANG N S, DUAN X D. Bayesian influence analysis of generalized partial linear mixed models for longitudinal data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2014, 126 (4): 86–99.
- [8] KLEINMAN K P, IBRAHIM J G. A semi-parametric Bayesian approach to generalized linear mixed models[J]. Statistics in Medicine, 1998, 17(22): 2579–2596.
- [9] TANG N S, DUAN X D. A semiparametric Bayesian approach to generalized partial linear mixed models for longitudinal data[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2012, 56: 4348–4365.
- [10] ZEGER S L, KARIM M R. Generalized linear models with random effects; a Gibbs sampling approach [J]. Journal of the American Statistical Association, 1991, 86 (413): 79–86.
- [11] GAMERMAN D. Sampling from the posterior distribution in generalized linear mixed models[J]. Statistics & Computing, 1997, 7(1): 57–68.
- [12] LI Y, LIN X, MULLER P. Bayesian inference in semiparametric mixed models for longitudinal data[J]. Biometrics, 2010, 66(1): 70–78.
- [13] CHEN X D, TANG N S. Bayesian analysis of semiparametric reproductive dispersion mixed-effects models[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2010, 54(9): 2145–2158.

## Bayesian analysis of the influencing factors of cash dividend payment tendency of Chinese A-share listed companies based on generalized partial linear mixed model

SUN Yu LI ZhiQiang\*

(Faculty of Science, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

**Abstract:** Based on the longitudinal data for twelve Chinese A-share listed companies from 2004 to 2011, the factors affecting the cash dividend payment tendency of China's A-share listed companies are analyzed from the aspects of growth, management and stock ownership structure. By establishing a logistic generalized partial linear mixed effect model with eight observation variables, namely scale, growth level, financing level, debt service level, cash flow level, profit level of shareholders, per capita GDP and the proportion of the first large shareholders, the model parameters were estimated by using Bayesian statistical methods, and the results compared with the actual cash dividend payments of the A-share listed companies. The results show that the model used in this paper can correctly explain the factors influencing the cash dividend payment tendency of the listed companies.

**Key words:** longitudinal data; generalized partial linear mixed model; Bayes analysis; cash dividends

(责任编辑:汪 琴)