

基于高斯性检验的自适应小波去噪方法

郑晓红 赵利强 于涛 王建林*

(北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 针对软阈值和硬阈值去噪算法存在的缺陷,提出了一种基于高斯性检验的自适应非线性阈值去噪方法。该方法根据信号和噪声的模极大值特性自适应确定分解层数,引入高斯性检验选择软阈值和硬阈值方法对每层小波系数进行降噪处理。仿真结果表明,该自适应滤波方法简单有效、稳定性高,去噪后信号信噪比得到很大提高,且不同仿真信号结果都明显优于经典的小波去噪算法。

关键词: 阈值去噪;自适应去噪;分解层数;高斯性检验

中图分类号: TN911.4

引言

小波变换由于具有多分辨率特性、去相关特性和基函数选择灵活的特点,而被广泛应用在信号去噪过程中。现有小波去噪方法主要有模极大值去噪法、相关性去噪法和阈值去噪法。其中模极大值去噪和相关性去噪都存在计算量较大的问题,不适用于工程应用,而小波阈值降噪方法由于实现简单、计算量小等特点,应用较为广泛。

小波分解层数和小波系数的处理直接影响着小波阈值降噪算法性能。分解层数过多会造成有用信号丢失,层数过少会导致去噪不完全,有学者对于如何合理的确定小波分解层数进行了深入的研究。如王维等^[1]提出了基于去相关白化检验的方法确定最优分解层数;郑成博等^[2]提出了基于 Grubbs 准则的自适应分解层数确定方法;滕军等^[3]根据噪声和信号的不同模极大值特性提出了最优分解层数的确定方法,该类方法均简单实用。小波降噪过程中,若小波系数处理不当,很容易将信号的高频部分误认为噪声而被去除,因此降噪前需要根据信号和噪声的不同特点进行有效区分。小波系数处理常采用基于软阈值和硬阈值的方法,软阈值法连续性好但精度不高,硬阈值精度较高却容易在某些点处产生附加振荡,使降噪后信号不光滑。为克服单独使用软

阈值和硬阈值方法存在的缺陷,出现了一些改进方法,如 Gao^[4]提出了软硬阈值折中的方法,但折中系数难以确定;蒋克荣等^[5]提出了均方根插值阈值量化法;Nasri 等^[6]提出了改进的阈值函数和自适应阈值。上述改进方法能获得更好的去噪效果,但阈值函数的构造难度较大,未能充分利用软、硬阈值函数简单、意义明确的特点。

本文提出了一种基于高斯性检验的自适应小波去噪方法,根据信号自身特性自适应的确定分解层数,引入高斯性检验选择软阈值和硬阈值方法对每层小波系数进行降噪处理。仿真结果表明该方法简单有效,能保证降噪效果的稳定性和光滑性。

1 自适应分解层数的确定

小波域内,信号和噪声的模极大值具有不同的特性。随着分解层数的增加,噪声模极大值的幅值和稠密度减小,而信号模极大值的幅值会逐渐增大,且其个数基本不变^[3,7]。因此可以根据各层小波系数的模极大值变化特性来判断其主要成分,从而自适应地确定小波分解层数。

含噪信号经小波变换后,初始几层以噪声为主,随着分解层数的增加,噪声成分弱化,信号比重越来越大,表现在能量的变化上即呈现先降后升的趋势,能量变化的转折点就是要确定的最优分解层次。用小波系数模平方和表示能量大小,最优小波分解层数确定方法步骤如下。

1) 对信号进行 j 层小波分解,得到低频系数 $v_{j,k}$ 和 高频系数 $w_{j,k}, j=1$ 。

2) 对低频分量 $v_{j,k}$ 继续进行 1 层小波变换,保

收稿日期: 2013-01-09

第一作者: 女, 1987 年生, 硕士生

* 通讯联系人

E-mail: wangjl@mail.buct.edu.cn

存所得到的低频系数 $w_{j+1,k}$, 对高频系数 $w_{j+1,k}$ 进行单只重构, 得到重构的细节信号 $w_{j,k}^*$, 若该信号满足

$$\sum_{i=1}^{N/2j} w_{j,k}(i)^2 \leq \sum_{i=1}^{N/2j} w_{j,k}^*(i)^2 \quad (1)$$

式(1)中, N 为信号长度。

随着分解层数的增加, 小波系数能量增大, 则认为 $w_{j,k}$ 以信号为主, 跳至步骤 4)。否则需对低频系数进一步分解。

3) 令 $j=j+1$, 重复执行步骤 2), 直至不满足式(1)。

4) 高频部分以信号为主, 勿需进一步分解。放弃最后一次分解的结果, 得到最优分解层数即为 j 。

2 改进的自适应小波去噪方法

2.1 传统阈值处理方法

测量信号中的噪声一般认为是服从或近似服从高斯分布的白噪声^[8]。设长度为 N 的纯净信号 f 和噪声信号 n 作用, 所得到的含噪信号为

$$x = f + n \quad (2)$$

x 经小波分解后的噪声能量分散于大量的小波系数上, 且仍满足高斯分布。有用信号的能量被压缩到相对较少小波系数上, 且数值较大。采用阈值的方法保留或收缩有用信号系数, 而使大部分噪声系数减少至零。

典型的常用阈值函数主要有硬阈值函数和软阈值函数。Donoho^[9] 定义的硬阈值函数为

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (3)$$

软阈值函数为

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - \lambda) & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数, $w_{j,k}$ 为第 j 层小波系数, $\hat{w}_{j,k}$ 为处理后的小波高频系数。阈值 λ 取为 $\sigma \sqrt{2 \log N}$, 其中 N 为信号长度, σ 为噪声标准偏差, $\sigma = \text{media}(|w_{1,k}|) / 0.675$ 。

软阈值法去噪效果光滑, 整体连续性好, 但由于采用系数收缩的方法, 所以总存在恒定偏差 λ , 影响了去噪后信号与原始信号的逼近程度; 硬阈值法保留信号系数, 因此误差较小, 能更好的保留局部特性, 但降噪后信号不光滑, 会产生附加振荡。

2.2 基于高斯性检验阈值处理方法

经典的软、硬阈值处理方法适用于不同场合, 实

际中往往通过实验方法选择软阈值或硬阈值方法进行消噪处理, 未能根据小波系数特性自适应的选择, 缺乏灵活性。本文将两种方法结合, 引入高斯性检验选择软阈值和硬阈值方法, 对每层小波系数进行降噪处理, 充分利用软、硬阈值处理方法各自优势, 以获得更好的去噪效果。

若小波系数高斯性较强, 则认为高频部分以噪声为主, 噪声和信号分布差异较大, 为保留信号的局部边缘特征, 选择硬阈值方法保留信号系数; 若高斯性较弱, 则认为噪声为辅, 或者部分噪声和信号难以区分, 选择软阈值法对幅值较大的系数进行收缩处理, 保证去噪的光滑性和连续性。该方法既能保留信号的局部边缘特征, 又能保证去噪信号的光滑性和连续性。

高斯信号的高阶累积量(三阶或三阶以上)为 0, 利用高阶累积量的性质可以判断信号的高斯性^[10]。峭度定义为随机信号的四阶累积量, 是一个很好的用来衡量信号高斯性的判据, 对于零均值信号, 峭度为

$$K_4(x) = E(x^4) - 3[E(x^2)]^2 \quad (5)$$

信号标准化后, $E(x^2) = 1$, 此时

$$K_4(x) = E(x^4) - 3 \quad (6)$$

$K_4(x) > 0$ 称为超高斯分布, 比高斯分布的尖峰更加陡峭; $K_4(x) < 0$ 称为亚高斯型分布, 概率密度函数较高斯信号更加扁平; $K_4(x) = 0$ 称为高斯分布。非高斯性越强, 峭度的绝对值越大。

式(6)一般转化为归一化峭度求取, 即归一化峭度为

$$K_4^*(x) = E(x^4) \quad (7)$$

归一化峭度为 3 时满足高斯分布。实际信号即便满足高斯分布, 求得的归一化峭度值也会和 3 有一定偏差。因此可根据实际情况设定合理的阈值来检验信号的高斯性。在阈值内, 认为其符合高斯分布特性, 即噪声为主; 否则判断信号为非高斯信号。

小波系数分布的高斯性强弱决定了需采用的阈值函数, 以信号特性为依据, 自适应确定软阈值和硬阈值方法, 利用两种方法各自的优越性, 使降噪后信号获得最优信噪比。

2.3 自适应小波去噪方法实现步骤

由第 1 章自适应分解层数确定方法, 结合所提出的阈值处理方法, 可实现从信号自身特性出发, 自适应进行滤波处理, 获得更高信噪比。改进方法实现步骤如下。

1) 根据信号的特性,选择合适的小波基函数。

2) 利用模极大值方法确定最优分解层数 j 。对信号进行 j 层小波分解,针对每一层的小波系数,判断小波系数的高斯性,进而选择阈值函数进行降噪处理。

3) 结合小波低频系数和各层高频系数,对信号重构,获得降噪后的信号。

4) 对消噪效果进行评价。在信号去噪处理中,信噪比和均方误差是度量信号消噪效果的较为常用的指标。其中,信噪比的公式为

$$\delta = 10 \lg \left(\sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{(y_i - x_i)^2} \right) \quad (8)$$

式(8)中, δ 为信噪比, dB; y_i 为原始信号; x_i 为小波去噪后的逼近信号。去噪后信噪比越大,去噪的效果越好。均方误差 γ 的公式为

$$\gamma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2 \quad (9)$$

均方误差评价估计信号与原始信号的变化程度,值越小,表明估计信号能更好的重现真实信号。

3 仿真实验

3.1 分解层数对去噪效果的影响

仿真实验均在 Matlab 7.6 平台下完成,选用 Coif4 小波基函数,以软件中自带的含噪信号进行仿真分析。

图 1 为 Bumps 仿真信号,信号噪声标准差为 3,信号长度为 2^{15} 。

采用自适应去噪方法获得的最优分解层数为 7。由表 1 可以看出,分解层数对消噪效果具有很大的影响。未达到最优分解层数时,信号去噪效果不显著,因此随着分解层数的增加去噪越来越彻底,信噪比逐渐增加;达到最优分解层数后,噪声已被基本去除,继续对小波系数进行阈值处理会导致有用信号丢失,信噪比反而降低。分解层数为 7 时降噪结果如图 2 所示,可以看出在最优分解层数时获得的降噪信号能较好的逼近原信号,且去噪后信号光滑、连续。

3.2 不同方法去噪效果对比

为了验证本文方法的有效性,采用 3 组信号 Bumps, Heavysine, Doppler 为待处理信号,与软阈值,硬阈值,均方根插值阈值法^[5]和 Nasri^[6]提出的方法进行对比分析。表 2 为 3 种信号仿真结果。未进行消噪处理时,3 种仿真信号自身的信噪比分别为

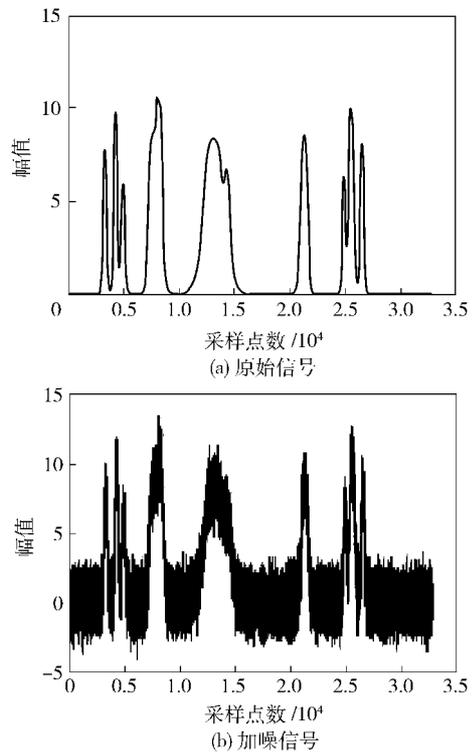


图 1 Bumps 仿真信号

Fig. 1 Bumps simulation signal

表 1 不同分解层数去噪效果

Table 1 Denoising results with different decomposition levels

分解层数	信噪比	均方误差
4	22.91	0.063
5	25.68	0.033
6	28.63	0.017
7	30.32	0.011
8	30.19	0.012

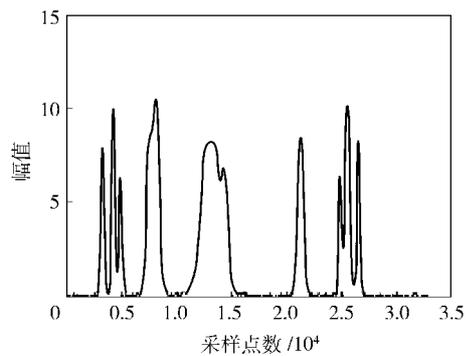


图 2 最优分解层数下降噪效果

Fig. 2 Denoising results for the optimum composition level

10.93、9.90、9.69, 均方差分别为 0.994、0.994、0.994。

表 2 3 种信号仿真结果比较
Table 2 Simulation results for three types of signals

去噪方法	信噪比			均方误差		
	B	H	D	B	H	D
软阈值	29.58	30.23	26.12	0.014	0.009	0.023
硬阈值	29.97	31.71	26.71	0.012	0.007	0.020
均方根插值	29.75	31.47	26.41	0.013	0.007	0.021
Nasri 法	29.77	31.65	26.44	0.013	0.007	0.021
本文方法	30.32	32.03	27.20	0.011	0.006	0.018

B 为 Bumps 信号, H 为 Heavysine 信号, D 为 Doppler 信号

由表 2 可以看出,去噪后信号的信噪比得到很大提高,均方误差大大降低,使得降噪后信号更逼近原始信号,便于进一步对信号的分析处理。对比不同方法的处理结果,以信噪比和均方误差两项指标上来看,本文的自适应方法对不同的待处理信号均能获得较好的结果。为了便于直观分析,图 3 给出 Heavysine 信号的降噪效果图,因 Mehdi 提出方法的去噪效果和均方根插值法差别极小,难以从图表中观察区分,因此,图 3 只给出软阈值,硬阈值,均方根插值及文中改进方法的去噪效果图。

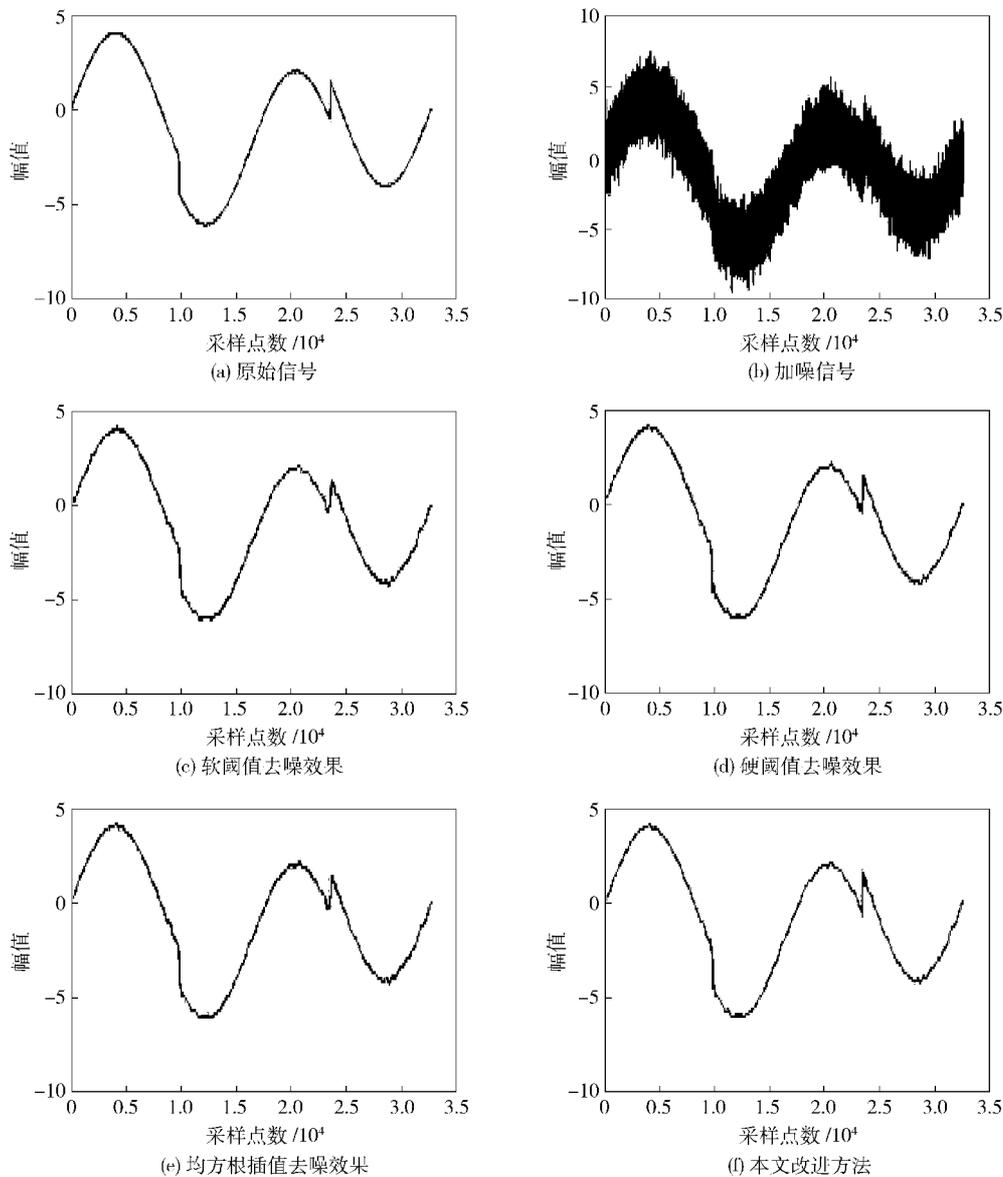


图 3 不同方法对 Heavysine 信号降噪对比

Fig. 3 Denoising results for Heavysine using different methods

实验表明,软阈值方法过于平滑,导致局部边缘特性未能较好的体现,部分特性点处失真严重;硬阈

值方法去噪效果在信噪比和均方误差意义上优于软阈值,但信号光滑性不好;均方根插值法较软阈值而

言保留了更多局部特性,因而信噪比更高,与硬阈值法相比也更平滑;本文提出的方法能获得更高的信噪比,且保留了大部分局部特性,在图中第 2 个拐点处虽略有振荡,但整体去噪效果优于前几种方法。

4 结论

本文引入高斯性检验选择软阈值和硬阈值的方法对每层小波系数进行降噪处理,该方法与传统的软、硬阈值方法相比,适应性更强,稳定性更高。利用此方法,并结合自适应分解层数构建的自适应滤波方法,根据信号自身特性自适应确定分解层数并选择合理的阈值处理方法,能获得更高信噪比。

参考文献:

- [1] 王维,张英堂,任国全. 小波阈值降噪算法中最优分解层数的自适应确定及仿真[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(3): 526-530.
Wang W, Zhang Y T, Ren G Q. Adaptive selection and simulation of optimal decomposition level in threshold denoising algorithm based on wavelet transform[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(3): 526-530. (in Chinese)
- [2] 郑成博,阎洪涛,刘彬,等. 基于 Grubbs 准则的小波自适应阈值去噪算法[J]. 仪器仪表学报, 2005, 26(8): 107-108.
Zheng C B, Yan H T, Liu B, et al. Wavelet thresholding denoising algorithm based on adaptive decomposition[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2005, 26(8): 107-108. (in Chinese)
- [3] 滕军,朱焰煌,周峰,等. 自适应分解层数的小波域中值滤波振动信号降噪法[J]. 振动与冲击, 2009, 28(12): 58-62.
Teng J, Zhu Y H, Zhou F, et al. Vibration signal denoising method based on median filter in wavelet domain with self-adaptive level decomposition[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(12): 58-62. (in Chinese)
- [4] Gao H Y. Wavelet shrinkage denoising using the non-negative garrotte [J]. Journal of Computational and Graphical Statistics, 1998, 7(4): 469-488.
- [5] 蒋克荣,唐向清,朱德泉. 基于改进阈值小波算法的汽车轮速信号处理[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(4): 736-740.
Jiang K R, Tang X Q, Zhu D Q. Automobile wheel speed signal processing based on wavelet algorithm of improved threshold[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(4): 736-740. (in Chinese)
- [6] Nasri M, Nezamabadi-pour H. Image denoising in the wavelet domain using a new adaptive thresholding function [J]. Neurocomputing, 2009, 72(4/5/6): 1012-1025.
- [7] Yang R G, Ren M W. Wavelet denoising using principal component analysis [J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(1): 1073-1076.
- [8] Chen X J, Wu C G, Zhu X G. Optimization of wavelet functions for wavelet thresholding denoising[J]. Energy Procedia, 2011, 13: 3440-3444.
- [9] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [10] Millioz F, Martin N. Circularity of the STFT and spectral kurtosis for time-frequency segmentation in gaussian environment[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2): 515-524.

An adaptive wavelet denoising algorithm based on Gaussian tests

ZHENG XiaoHong ZHAO LiQiang YU Tao WANG JianLin

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: Based on the known defects of soft thresholding and hard thresholding, an adaptive nonlinear threshold denoising method based on Gaussian tests has been proposed. The new method adaptively determines the decomposition level according to the characteristics of signal and noise for wavelet coefficients of each level, choosing soft and hard thresholding methods to deal with it through Gaussian tests. The experimental results show that the method is effective, the signal-to-noise ratio is highly improved, and the results are superior to the classical wavelet denoising algorithm for different simulated signals, resulting in much higher stability.

Key words: threshold denoising; adaptive wavelet denoising; decomposition level; Gaussian test

<http://www.journal.buct.edu.cn>