

自适应强跟踪容积卡尔曼滤波算法

赵利强 罗达灿 王建林 于涛

(北京化工大学 信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 提出了一种自适应强跟踪容积卡尔曼滤波算法 (ASTSCKF), 该算法在平方根容积卡尔曼滤波算法 (SCKF) 步骤中引入强跟踪滤波器 (STF), 通过渐消因子在线修正一步预测误差协方差矩阵, 强迫输出残差序列正交, 使得算法具有应对系统状态突变等不确定因素的能力, 增强了算法的鲁棒性; 结合改进渐消记忆时变噪声统计估计器, 对噪声方差阵进行实时在线估计, 有效解决了 SCKF 算法由于噪声统计不准确、未知或时变性带来的滤波发散问题, 使其具有应对噪声变化的自适应能力。仿真实验结果表明: ASTSCKF 算法在系统状态发生突变并且噪声变化的情况下, 能够表现出良好的滤波性能, 较 SCKF 算法有更强的鲁棒性以及噪声变化的自适应性。

关键词: 容积卡尔曼滤波算法; 强跟踪滤波器; 渐消因子; 噪声统计估计器

中图分类号: TP391

引言

容积卡尔曼滤波算法 (CKF) 相比于扩展卡尔曼滤波算法 (EKF)、不敏卡尔曼滤波算法 (UKF) 等传统滤波算法在非线滤波领域有着更加广阔的应用前景^[1]。由于 CKF 在计算过程中需要对状态协方差矩阵进行开方运算, 若运算条件不满足, 会导致滤波中断, 从而影响算法的稳定性^[2]。Arasaratnam 等^[3]提出了平方根容积卡尔曼滤波算法 (SCKF), 该算法在解决了数值稳定性问题的同时, 也减少了计算量, 有更加良好的滤波性能。

非线性滤波算法对系统模型要求非常严格, 模型状态简化、初始状态统计不准确、突变以及实际模型参数变动等不确定因素的出现, 会影响滤波器的性能^[4]。周东华等^[5]提出了强跟踪滤波器 (STF), 增强了非线性滤波算法对模型参数的不确定性的鲁棒性; 结合强跟踪的思想, 张文玲等^[6]提出了一种基于强跟踪 UKF 的自适应算法, 该算法较 UKF 具有更好的鲁棒性和自适应性。STF 结构清晰, 通过在线调整滤波增益, 能够有效增强了非线性算法的鲁棒性, 克服滤波过程中不确定因素对算法滤波性能的影响。

与 UKF 类似, SCKF 的滤波过程需要对系统噪

声和测量噪声的先验统计特性精确已知, 噪声统计未知、时变会导致滤波发散。邓自立等^[7]结合未知噪声统计估计器, 有效解决了测量噪声时变系统的参数估计问题; 赵琳等^[8]基于极大后验 (MAP) 估计原理, 采用指数加权的方法, 设计出了适用于 UKF 算法下的时变噪声统计估计器, 算法具有应对噪声变化的自适应能力。噪声统计估计器能够对噪声统计进行实时估计和修正, 使算法有应对噪声的自适应能力。

为了能够有效改善 SCKF 的滤波稳定性, 增强算法的鲁棒性和噪声自适应能力, 本文提出了一种自适应强跟踪容积卡尔曼滤波算法 (ASTSCKF)。给出了 SCKF 算法框架下的 STF 渐消因子的计算方法, 在线修正一步估计协方差矩阵, 强迫算法输出残差序列保持相互正交, 使其具有系统状态突变下的快速跟踪能力; 给出一种改进的时变噪声统计估计器, 对噪声方差阵进行实时估计, 达到算法自适应噪声变化的目的。

1 平方根容积卡尔曼滤波

考虑以下非线性离散方程组和测量方程组

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{U}_{k-1}) + \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中 \mathbf{X}_k 和 \mathbf{Z}_k 表示 n 维状态向量和 l 维测量向量, $\mathbf{f}(\cdot)$ 和 $\mathbf{h}(\cdot)$ 为非线性系统的状态函数和测量函数; \mathbf{W}_{k-1} 和 \mathbf{V}_k 为均值零的高斯白噪声, 且互不相关。

为增强滤波稳定性, 在 CKF 算法中引入 QR 分

收稿日期: 2012-08-28

基金项目: 中央高校基本科研业务费 (ZY1110)

第一作者: 男, 1982 年生, 讲师, 博士

E-mail: zhaolq@mail.buct.edu.cn

解来避免 CKF 算法下平方根运算带来的数值不稳定性^[2], 考虑

$$P = AA^T = (QR)^T QR = R^T Q^T QR = R^T R \quad (2)$$

式(2)中 Q 为正交阵, R 为上三角阵, 记 $S = R^T$, 显然, S 为下三角阵, 即 $P = SS^T$, 且 S 可由 P 经乔列斯基分解直接得到。具体的 SCKF 算法步骤如下^[3]。

1.1 时间更新

1) 对 P_{010} 进行乔列斯基分解, 得到误差协方差阵的特征平方根更新初值 S_{010}

$$S_{010} = \text{chol}(P_{010})^T \quad (3)$$

2) 利用上一时刻 $S_{k-1|k-1}$ 估算容积点并计算传播后的容积点

$$X_{i,k-1|k-1} = S_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{x}_{k-1|k-1} \quad (4)$$

$$X_{i,k|k-1}^* = f(X_{i,k-1|k-1}, U_{k-1}) \quad (5)$$

3) 估计一步状态预测值

$$\hat{x}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_{i,k|k-1}^* \quad (6)$$

4) 估计一步预测误差协方差阵特征平方根

$$[A \ B] = \text{qr}([X_{k|k-1}^* \ S_{Q,k-1}]^T) \quad (7)$$

$$S_{k|k-1} = B(1:n, :)^T \quad (8)$$

其中

$$Q_{k-1} = S_{Q,k-1} S_{Q,k-1}^T \quad (9)$$

$$X_{k|k-1}^* = \frac{1}{\sqrt{m}} [X_{1,k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1} \ X_{2,k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1} \ \dots \ X_{m,k|k-1}^* - \hat{x}_{k|k-1}] \quad (10)$$

A 和 B 分别表示 QR 分解得到的正交矩阵和上三角阵, $B(1:n, :)^T$ 表示 B 中取 $n \times n$ 的非零方阵转置后赋给 $S_{k|k-1}$ 。

1.2 测量更新

1) 计算容积点并更新测量方程传播容积点

$$X_{i,k|k-1} = S_{k|k-1} \xi_i + \hat{x}_{k|k-1} \quad (11)$$

$$Z_{i,k|k-1} = h(X_{i,k|k-1}) \quad (12)$$

2) 计算测量预测值

$$\hat{z}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Z_{i,k|k-1} \quad (13)$$

3) 估算更新预测输出协方差阵特征平方根

$$[A \ B] = \text{qr}([Z_{k|k-1}^* \ S_{R,k}]^T) \quad (14)$$

$$S_{zz,k|k-1} = B(1:l, :)^T \quad (15)$$

其中

$$R_k = S_{R,k} S_{R,k}^T \quad (16)$$

$$Z_{k|k-1}^* = \frac{1}{\sqrt{m}} [Z_{1,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1} \ Z_{2,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1} \ \dots \ Z_{m,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}] \quad (17)$$

4) 估算互协方差阵

$$P_{xz,k|k-1} = X_{k|k-1} (Z_{k|k-1}^*)^T \quad (18)$$

$$X_{k|k-1} = \frac{1}{\sqrt{m}} [X_{1,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1} \ X_{2,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1} \ \dots \ X_{m,k|k-1} - \hat{x}_{k|k-1}] \quad (19)$$

5) 估算卡尔曼滤波增益

$$K_k = (P_{xz,k|k-1} / S_{zz,k|k-1}^T) / S_{zz,k|k-1} \quad (20)$$

6) 更新预测状态

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - \hat{z}_{k|k-1}) \quad (21)$$

7) 更新误差协方差阵的特征平方根

$$[A \ B] = \text{qr}([X_{k|k-1} - K_k Z_{k|k-1}^* \ K_k S_{R,k}]^T) \quad (22)$$

$$S_{k|k} = B(1:n, :)^T \quad (23)$$

其中

$$\xi_i = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (24)$$

m 表示 k 时刻容积点数, 且 $m = 2n$; Q_{k-1} 和 R_k 表示系统噪声及测量噪声的协方差阵。

相比于 UKF 和 CKF 等非线性滤波算法, SCKF 有更高的滤波精度, 更强的稳定性, 但并不能解决非线性模型不确定性和噪声变化降低滤波器的性能的问题, 需要对 SCKF 算法进一步改进。

2 自适应强跟踪容积式卡尔曼滤波

2.1 强跟踪滤波器实现

强跟踪滤波器基本思想是基于正交性原理, 通过引入渐消因子 λ_k 实时调整一步预测误差协方差, 选择一个适当的时变增益矩阵强迫输出残差序列保持相互正交, 从而达到快速跟踪系统状态的目的。

调整后的一步预测误差协方差 $P_{k|k-1}$ 为

$$P_{k|k-1} = \lambda_k F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (25)$$

渐消因子 λ_k ^[5] 由式(26)得到

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_k, & \lambda_k \geq 1 \\ 1, & \lambda_k < 1 \end{cases} \quad (26)$$

其中

$$\lambda_k = \text{tr}(N_k) / \text{tr}(M_k) \quad (27)$$

$$N_k = V_k - H_k Q_{k-1} H_k^T - \beta R_k \quad (28)$$

$$M_k = H_k F_k P_k F_k^T H_k^T \quad (29)$$

$$V_k = \begin{cases} \epsilon_1 \epsilon_1^T, & k = 1 \\ \frac{\rho V_{k-1} + \epsilon_k \epsilon_k^T}{1 + \rho}, & k > 1 \end{cases} \quad (30)$$

F_k 为状态方程组的线性化矩阵, H_k 为测量方程组的

线性化矩阵,均通过雅可比矩阵计算所得; $\text{tr}(\cdot)$ 为求迹运算; ρ 为残差序列 $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 的遗忘因子,一般取 $\rho = 0.95$; \mathbf{V}_k 为实际输出的残差序列的协方差阵,由式(30)估算; $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 为输出残差序列, $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1}$; β 为弱化因子,取 $\beta > 0$,作用是为避免有可能造成的过调节,根据经验值选取。

传统 STF 算法中存在要求非线性函数连续可微和强非线性时滤波性能不佳等理论局限性,采用 Unscented 变换避免 STF 算法中雅可比矩阵计算,能够提高 STF 的变换精度,简化算法,有如下 \mathbf{N}_k 和 \mathbf{M}_k 计算式^[4]

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T - \beta \mathbf{R}_k = \mathbf{V}_k - [\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}]^T [\mathbf{P}_{k|k-1}]^{-1} \mathbf{Q}_{k-1} [\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}]^T - \beta \mathbf{R}_k \quad (31)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{F}_k^T = \mathbf{H}_k [\mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{Q}_{k-1}] \mathbf{H}_k^T = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k = \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1} - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k \quad (32)$$

考虑到 SCKF 算法的求积原则类似于 UKF 算法的 Unscented 变换的点集近似分布方法,同时在 SCKF 算法下,引入了 QR 分解的思想,一步预测误差协方差 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 和预测输出协方差阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}$ 的更新均通过对相应的特征平方根 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{S}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}$ 进行更新得到,且有如下推导

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{A}_{k|k-1} \mathbf{A}_{k|k-1}^T = (\mathbf{Q}_{k|k-1} \mathbf{R}_{k|k-1})^T (\mathbf{Q}_{k|k-1} \mathbf{R}_{k|k-1}) = \mathbf{R}_{k|k-1}^T \mathbf{Q}_{k|k-1}^T \mathbf{Q}_{k|k-1} \mathbf{R}_{k|k-1} = \mathbf{R}_{k|k-1}^T \mathbf{R}_{k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T \quad (33)$$

同理

$$\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1} = \mathbf{S}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1} \mathbf{S}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}^T \quad (34)$$

则在 SCKF 算法下, \mathbf{N}_k 和 \mathbf{M}_k 可表示为

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k - [\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}]^T [\mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T]^{-1} \mathbf{Q}_{k-1} [\mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T]^{-1} \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1} - \beta \mathbf{R}_k \quad (35)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{S}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1} \mathbf{S}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}^T - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k \quad (36)$$

在 SCKF 算法步骤中,引入渐消因子即构成强跟踪容积卡尔曼滤波算法(STSCKF),需将式(7)改写成

$$[\mathbf{A} \ \mathbf{B}] = \text{qr}([\sqrt{\lambda_k} \boldsymbol{\chi}_{k|k-1}^* \ \mathbf{S}_{\mathbf{Q},k-1}]^T) \quad (37)$$

STSCKF 算法较 SCKF 算法有更强的鲁棒性,算法滤波更加稳定。

2.2 噪声统计估计器设计

在式(1)中,系统的噪声具有如下统计特性

$$\begin{cases} E[\mathbf{W}_k] = 0, \text{Cov}[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{V}_k] = 0, \text{Cov}[\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \end{cases} \quad (38)$$

其中 δ_{kj} 为 kronecker- δ 函数;系统噪声协方差阵 \mathbf{Q}_k 和测量噪声协方差阵 \mathbf{R}_k 在实际的非线性系统中往往是时变的、未知的。

系统噪声变化时,滤波算法将不能很好的对系统的真实状态进行估计,甚至失效。为了得到系统噪声协方差阵和测量噪声协方差阵的实时准确的估计值,采用渐消记忆时变噪声统计估计器 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k 的递推公式^[8]

$$\mathbf{Q}_k = (1 - d_k) \mathbf{Q}_{k-1} + d_k [\mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T \mathbf{K}_k^T + \mathbf{P}_{k|k} - \mathbf{F}_{k|k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k|k-1}^T] \quad (39)$$

$$\mathbf{R}_k = (1 - d_k) \mathbf{R}_{k-1} + d_k [\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T - \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T] \quad (40)$$

其中 d_k 由式(41)计算得到

$$d_k = (1 - b) / (1 - b^{k+1}), 0 < b < 1 \quad (41)$$

b 表示噪声统计估计器递推公式中的遗忘因子,其值选择应在算法的强跟踪性能和噪声的不敏感性之间权衡考虑。

当系统状态维数较高时,会发生估计器估值异常,导致算法滤波发散,这可能是由于 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 在迭代过程中发生变化,从而丢失 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 的半正定性和正定性,为阻止滤波发散,采用以下有偏的噪声方差估值器^[9]

$$\mathbf{Q}_k = (1 - d_k) \mathbf{Q}_{k-1} + d_k [\mathbf{K}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T \mathbf{K}_k^T], k \geq 2 \quad (42)$$

$$\mathbf{R}_k = (1 - d_k) \mathbf{R}_{k-1} + d_k (\boldsymbol{\varepsilon}_k \boldsymbol{\varepsilon}_k^T), k \geq 2 \quad (43)$$

忽略式(39)中的 $\mathbf{P}_{k|k} - \mathbf{F}_{k|k-1} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}_{k|k-1}^T$ 和式(40)中的 $\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T$ 部分,采用式(42)和(43)对 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k 进行估计,保证 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k 在滤波过程中实时保持半正定性和正定性。

2.3 ASTSCKF 算法的实现

STSCKF 算法结合式(42)和式(43)对 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k 进行在线实时估计即构成了 ASTSCKF 算法。

令 $k = 0$, 设定初始值 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ 、 $\mathbf{P}_{0|0}$ 、 \mathbf{Q}_0 和 \mathbf{R}_0 。

第 1 步 由式(3)对 $\mathbf{P}_{0|0}$ 进行乔列斯基分解得到 $\mathbf{S}_{0|0}$ 。

对于 $k \in \{1, \dots, m\}$

第 2 步 状态一步估计,计算式(4)~(18)。

第 3 步 由式(26)~(27)、(30)、(35)~(36)计算出渐消因子 λ_k 。

第 4 步 用式(37)代替式(7)重复第 2 步的计算,得到引入渐消因子后的一步预测误差协方差阵的特征平方根 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 、预测输出误差协方差阵特征平方根 $\mathbf{S}_{\mathbf{z}\mathbf{z},k|k-1}$ 以及互协方差阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{x},k|k-1}$ 。

第 5 步 计算式 (20) ~ (23) 得到最优滤波增益 K_k 、最优预测状态 $\hat{x}_{k|k}$ 及最优误差协方差阵特征平方根 $S_{k|k}$ 。

第 6 步 从 $k \geq 2$ 开始, 由式 (42) ~ (43) 对噪声协方差阵进行实时估计; $k+1 \rightarrow k$, 转向第 2 步, 继续循环。

以上第 1 步 ~ 第 6 步构成了 ASTSCKF 算法的具体计算过程, 该算法引入强跟踪渐消因子、结合噪声统计估计器对非线性模型进行滤波估计, 因此, ASTSCKF 算法较 SCKF 算法有更强的鲁棒性和噪声变化的自适应性。

3 实验与分析

3.1 自由落体模型

为了验证 ASTSCKF 算法的性能, 将在 SCKF 算法和 ASTSCKF 算法、STSCKF 算法和 ASTASCKF 算法之间进行系统状态鲁棒性和噪声变化自适应性的对比实验, 采用自由落体运动模型, 该模型广泛用于非线性滤波算法的性能测试^[10-11]。图 1 为自由落体模型的图解。

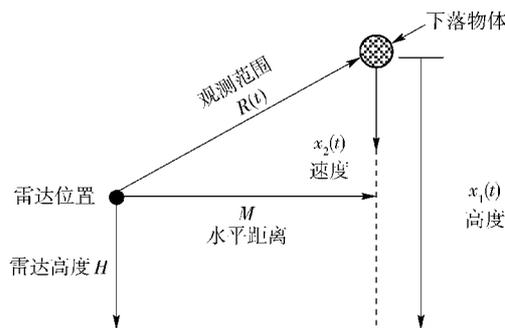


图 1 自由落体问题图解

Fig. 1 Diagram of the falling body

模型由式 (44) 的微分方程组表示

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) + w_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = \rho_0 \exp(-x_1(t)/K) x_2^2(t)/2x_3(t) + w_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = w_3(t) \\ y_k = \sqrt{M^2 + (x_1(t_k) - H)^2} + v_k \end{cases} \quad (44)$$

式 (44) 中 x_1 表示下落物体的高度, m; x_2 表示下落物体的速度, m/s; x_3 表示下落物体的弹道参数, 为常量; $M = 100000$ m 表示水平距离; $H = 100000$ m 表示雷达高度; $K = 20000$, $\rho_0 = 2$ 均为常量。

系统噪声和测量噪声均为均值为零的高斯白噪声, 且满足统计特性

$$\begin{cases} E[v_k^2] = 10000 \text{ m}^2 \\ E[w_i^2(t)] = 0 \text{ m}^2, i = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (45)$$

考虑到是微分方程组, 因此需要对微分方程组进行离散化处理。本文采用欧拉法, h 表示离散步长, 离散方程组如式 (46) 所示。

$$\begin{cases} x_1(k) = x_1(k-1) + hx_2(k-1) + w_1(k-1) \\ x_2(k) = x_2(k-1) + h\rho_0 \exp(-x_1(k-1)/K) x_2^2(k-1)/2x_3(k-1) + w_2(k-1) \\ x_3(k) = w_3(k-1) \\ y(k) = \sqrt{M^2 + (x_1(k-1) - H)^2} + v(k-1) \end{cases} \quad (46)$$

3.2 强跟踪性能验证与分析

为了验证 ASTSCKF 算法的系统状态鲁棒性, 对比分析 SCKF 算法和 ASTSCKF 算法在人为加入的强干扰下算法对于系统状态的跟踪性能, 实验条件为在 $k = 50$ 时, 在状态 x_2 加上 2000 m/s 的正向突变; 欧拉离散步长 h 取 1/128 s; 实验仿真步长 k 取 200 步; 滤波初值设定: $\hat{x}_{0|0} = [300000, -200000, 0.001]^T$, $P_{0|0} = \text{diag}([10^6, 4 \times 10^4, 10])$, $R_0 = 10000 \text{ m}^2$; ASTSCKF 算法的参数设置为: $\rho = 0.95$, $\beta = 0.05$, $d = 0.9$, 实验结果如图 2 所示。给出状态 x_2 的估计的均方根误差对比, 如表 1 所示。

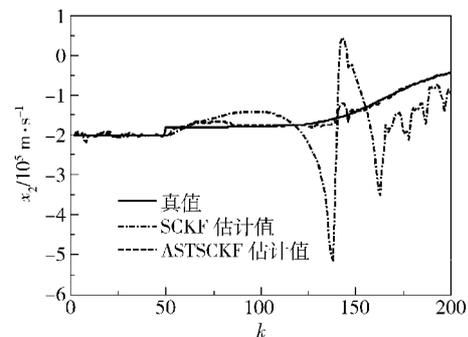


图 2 ASTSCK 和 SCKF 状态估计曲线对比

Fig. 2 Comparison of state estimation curves on ASTSCKF and SCKF

表 1 均方根误差对比

Table 1 Comparison of the RMSE

算法	均方根误差/m·s ⁻¹
SCKF	6.2686 × 10 ⁴
ASTSCKF	0.7175 × 10 ⁴

从图 2 和表 1 的对比中可以明显看出, SCKF 算法在 $k = 50$, 即状态 x_2 发生突变的时候, 估计曲线发生了很大的偏差, 算法尽管有收敛的趋势, 但误差依

然很大,均方根误差 6.2686×10^4 m/s;通过改进后 ASTSCKF 算法在同样的仿真条件下,估计效果明显优于 SCKF 算法,状态发生突变后,算法能够快速收敛到系统真值,均方根误差 0.7175×10^4 m/s,数值远小于 SCKF 算法的均方根误差。

3.3 噪声自适应性验证与分析

进一步对 ASTSCKF 算法的噪声变化自适应性进行验证与分析,本文采用的是渐消记忆时变噪声统计估计器,能够对噪声统计特性进行实时的估计。为了验证算法在噪声统计特性不准确以及时变的情况下的滤波性能,对比分析 STSCKF 算法和 ASTSCKF 算法的噪声自适应能力,实验条件在 3.2 节的基础上作如下改动:测量噪声协方差初值 $R_0 = 100000$ m²,较真实协方差矩阵有 10 倍偏差;当 $k = 150$ 时,重新修改 $R_{150} = 100000$ m²;STSCKF 算法的参数设置为 $\rho = 0.95, \beta = 0.05$,ASTSCKF 算法的参数设置不变。实验结果如图 3 所示。

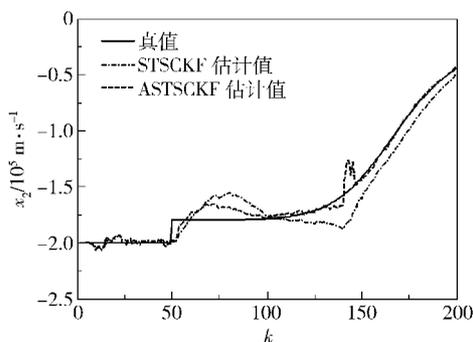


图 3 ASTSCKF 和 STSCKF 状态估计曲线对比
Fig. 3 Comparison of state estimation curves on ASTSCKF and STSCKF

从图 3 的对比可以看出,在滤波过程中,一旦噪声统计特性发生变化,STSCKF 算法对于 x_2 的估计就会发生偏差;而 ASTSCKF 算法具有噪声变化的自适应能力,在噪声发生时变时算法能够快速收敛到系统状态的真实值,给出算法测量噪声 R_k 的实时估计曲线如图 4 所示。

从图 4 可以看出,测量噪声协方差矩阵的估计在稳定到真实值后在 $k = 50$ 和 $k = 150$ 附近有两次较大的波动,第一次是由于状态发生突变导致的噪声估计发生偏差;第二次是人为的改变噪声的统计特性,从图 4 中可看出,无论是以上两种任何情况,ASTSCKF 算法对于 R_k 的估计都能够及时地收敛到真值附近,算法对于噪声变化具有良好的自适应性能力。

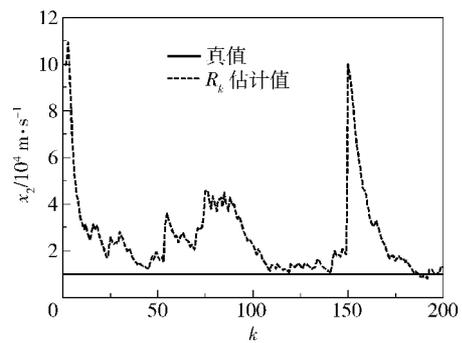


图 4 R_k 的实时估计曲线

Fig. 4 Real time estimate curve of R_k

4 结束语

本文提出的自适应强跟踪容积卡尔曼滤波算法 (ASTSCKF) 对于存在状态突变、噪声变化等不确定性的非线性滤波过程中表现出良好的滤波性能。利用强跟踪技术增强了算法的鲁棒性,结合噪声统计估计器使得算法具有噪声变化的自适应性。ASTSCKF 算法滤波精度高、结构简单清晰、较 SCKF 算法有更强的鲁棒性和自适应性,在非线性和工程应用中有广阔的前景。

参考文献:

- [1] Havlicek M, Friston K J, Jan J, et al. Dynamic modeling of neuronal responses in fMRI using cubature Kalman filtering[J]. NeuroImage, 2012, 56(4): 2109-2128.
- [2] 郝燕玲, 杨峻巍, 陈亮, 等. 平方根容积卡尔曼滤波器[J]. 弹箭与制导学报, 2012, 32(2): 169-172.
Hao Y L, Yang J W, Chen L, et al. Square root cubature Kalman filter[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2012, 32(2): 169-172. (in Chinese)
- [3] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [4] 王小旭, 赵琳, 夏全喜, 等. 基于 Unscented 变换的强跟踪滤波器[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1063-1068.
Wang X X, Zhao L, Xia Q X, et al. Strong tracking filter based on unscented transformation[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1063-1068. (in Chinese)
- [5] 周东华, 席裕庚, 张钟俊. 非线性系统带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器[J]. 控制与决策, 1990, 5(5): 1-6.
Zhou D H, Xi Y G, Zhang Z J. Suboptimal fading ex-

- tended Kalman filtering for nonlinear systems[J]. Control and Decision, 1990, 5(5): 1-6. (in Chinese)
- [6] 张文玲, 朱明清, 陈宗海. 基于强跟踪 UKF 的自适应 SLAM 算法[J]. 机器人, 2010, 32(2): 190-195.
Zhang W L, Zhu M Q, Chen Z H. An adaptive SLAM algorithm based on strong tracking UKF[J]. Robot, 2010, 32(2): 190-195. (in Chinese)
- [7] 邓自立, 解三名. 时变参数估计的一种自适应滤波方法[J]. 控制理论与应用, 1989, 6(2): 89-92.
Deng Z L, Xie S M. An adaptive filtering approach for time-varying parameter estimation[J]. Control Theory and Applications, 1989, 6(2): 89-92. (in Chinese)
- [8] 赵琳, 王小旭, 孙明, 等. 基于极大后验估计和指数加权的自适应 UKF 滤波算法[J]. 自动化学报, 2010, 36(7): 1007-1019.
Zhao L, Wang X X, Sun M, et al. Adaptive UKF filtering algorithm based on maximum a posterior estimation and exponential weighting[J]. Acta Automatica Sinica, 2010, 36(7): 1007-1019. (in Chinese)
- [9] 张汉国, 张洪钺. 阻止自适应 Kalman 滤波发散的补救方法[J]. 控制与决策, 1991, 6(1): 53-56.
Zhang H G, Zhang H Y. Rescue methods for preventing the divergence of adaptive Kalman filtering[J]. Control and Decision, 1991, 6(1): 53-56. (in Chinese)
- [10] Athans M, Wishner R P, Bertolini A. Suboptimal state estimation for continuous-time nonlinear systems from discrete noisy measurements[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1968, 13(5): 504-514.
- [11] 谢恺, 金波, 周一宇. 基于迭代测量更新的 UKF 方法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2007, 35(11): 13-15.
Xie K, Jin B, Zhou Y Y. Iterated unscented Kalman filter[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2007, 35(11): 13-15. (in Chinese)

An adaptive strong tracking cubature Kalman filter

ZHAO LiQiang LUO DaCan WANG JianLin YU Tao

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: An improved square-root cubature Kalman filter (SCKF)-based strong tracking filter and noise statistic estimator has been proposed. By introducing a strong tracking filter (STF) into the SCKF and modifying the predicted error covariance with a fading factor, the residual sequence was forced to be orthogonal. The resulting adaptive strong tracking cubature Kalman filter (ASTSCKF) has the capability to deal with uncertainty factors such as sudden changes in system states and thus the robustness of the algorithm was enhanced. Combining the improved fading memory time-varying noise statistic estimator and estimating on-line the noise covariance matrix in real-time, the algorithm can effectively overcome the filtering divergence problems caused by unknown, uncertain or time-dependent noise statistics. Therefore, it also has noise-changing adaptive capacity. The simulated experimental results indicate that ASTSCKF can still present good filtering performance when system states suddenly change and noise changes occur. ASTSCKF has greater robustness and noise-changing adaptive capacity than SCKF.

Key words: cubature Kalman filter; strong tracking filter; fading factor; noise statistic estimator