

# 多变量广义预测控制及一种简化算法

靳其兵 程云娃 董 倩

(北京化工大学信息科学与技术学院, 北京 100029)

**摘 要:** 推导了多变量广义预测控制算法, 该算法能有效地处理过程的不稳定性和非最小相位特性, 并具有良好的解耦性能。同时提出一种处理纯滞后对象的新方法, 即将近似法和广义预测控制相结合解决时滞的方案。这种方法可以解决通道之间时滞不同的对象, 并且针对广义预测控制算法的复杂性对其简化算法(多变量单值广义预测控制算法)进行了研究。通过仿真研究表明, 多变量单值广义预测控制算法在跟踪性、鲁棒性、抗干扰能力等方面都得到很好的控制效果。

**关键词:** 广义预测控制; 单值广义预测控制; 时滞

**中图分类号:** TP273

## 引言

预测控制作为一种有效的控制算法, 已被大量的仿真和实际应用所证实。以前学者们对单变量的广义预测控制算法(GPC)作了大量的研究, 比如: 单变量的 MAC、DMC 和 GPC 的算法<sup>[1]</sup>, 以及将单变量的广义预测控制应用到实际过程。工业过程通常为复杂的多输入多输出(MIMO)过程, 近十年来, 许多学者对于线性多变量广义预测控制进行了一些研究, 并取得了一定的成果。如: 关于基本的多变量单值广义预测控制算法的介绍<sup>[2]</sup>, 以及关于多变量广义预测控制及其解耦问题<sup>[3-4]</sup>。广义预测控制作为一种优化控制算法, 其优点之一就是可以直接处理多变量过程的控制问题。

本文结合文献[2, 5-6]推导出一种多变量广义预测控制(MGPC)算法, 它特有的隐式解耦功能可以有效地克服传统分散控制、解耦控制的烦琐和缺陷, 并根据这个基本的算法提出一种将近似处理时滞的方法纳入广义预测控制的机制, 可实现对各个通道的不同滞后时间的处理。由于广义预测控制应用于实际工程时, 其算法较复杂, 需要调整的参数较多, 且在线计算时间较长, 增加实际工程应用的复杂度, 也不易于满足诸如电气传动这类快速系统的控

制要求。针对这一情况, 本文在文献[1, 3]的基础上, 在性能指标中加入了对控制量的限制, 引入控制加权矩阵, 推出了一种中间计算参数少、在线计算时间短的多变量单值广义预测控制算法, 并与多变量广义预测控制算法进行了比较。

## 1 算法推导

### 1.1 多变量的广义预测控制

设被控对象有  $m$  个输入和  $n$  个输出, 用 CARIMA 模型表述为

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})(q^{-1})/D(q^{-1}) \quad (1)$$

这里  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  和  $C(q^{-1})$  分别为  $n \times n$ ,  $n \times m$ ,  $n \times n$  维多项式矩阵。 $y(t)$ ,  $u(t)$  和  $(q^{-1})$  分别为  $n \times 1$  维输出向量、 $m \times 1$  维输入向量和  $n \times 1$  维的零均值白噪声向量。 $D(q^{-1})$  是  $n \times n$  维对角差分矩阵, 即  $D(q^{-1}) = \text{diag}\{1 - q^{-1}\}$ 。

考虑下述 Diophantine 方程

$$C_{ii}(q^{-1}) = E_{ik}(q^{-1})A_{ii}(q^{-1})(1 - q^{-1}) + q^{-k}F_{ik}(q^{-1}) \quad (2)$$

$$1 = M_{ik}(q^{-1})C_{ii}(q^{-1}) + q^{-k}N_{ik}(q^{-1}) \quad (3)$$

其中,  $E_{ik}(q^{-1})$ ,  $F_{ik}(q^{-1})$  是由  $A_{ii}(q^{-1})$  和预测时域  $k$  唯一确定的矩阵多项式。 $M_{ik}(q^{-1})$ ,  $N_{ik}(q^{-1})$  是由  $C_{ii}(q^{-1})$  和预测时域  $k$  唯一确定的多项式。如果过程存在时滞, 设第  $j$  个输入到第  $i$  个输出的滞后为  $d_{ij}$ ,  $d_i$  为第  $i$  行中的最小时滞, 则每一项的滞后大小为:  $d_{ij} - d_i$ , 为了消除滞后, 本文将处理纯滞后的近似法引入此控制中, 即先将上述离散系统

收稿日期: 2004-11-08

基金项目: 中国石化总公司资助项目(X503014); 中国石油天然气集团公司资助项目(03E7042)

第一作者: 男, 1971 年生, 副教授

E-mail: jinqb@mail.buct.edu.cn

转化为传递函数形式,然后引入 Taylor 近似或者 Pade 近似来进行纯滞后处理。 $B(q^{-1})$  为进行纯滞后后转化后的参数。

$$\begin{aligned} \text{令 } M_{ik}(q^{-1}) E_{ik}(q^{-1}) B(q^{-1}) &= G_{ij}(q^{-1}) + q^{-j} G_{pij}(q^{-1}) \\ G_0(q^{-1}) &= M_{ik}(q^{-1}) F_{ik}(q^{-1}) + N_{ij}(q^{-1}) \end{aligned}$$

则预测输出为

$$y_i(t+k+d_i) = G_i(q^{-1}) u(t+k-1) + G_{pi}(q^{-1}) u(t-1) + G_0(q^{-1}) y_i(t+d_i) \quad (4)$$

$$\text{令 } f_i(t+d_i) = G_{pi}(q^{-1}) u(t-1) + G_0(q^{-1}) y_i(t+d_i)$$

$$\text{性能指标为 } J = \sum_p y(t+d_i) - y_r(t+d_i)^2 + \sum_Q u(t)^2 \quad (5)$$

由预测模型(4),可求出使性能指标最优的全部控制增量

$$u_i = D(y_{ri} - f_i) \quad (6)$$

其中,  $D = (GPG + Q)^{-1}GP$  ( $P, Q$  为正的加权矩阵)

## 1.2 多变量的单值广义预测控制算法

单值预测控制的基本思想是:只用未来某一时刻的预测值  $y(t+j)$  来求解当前的控制作用,相当于在广义预测时域大于 1 而控制时域等于 1 的情况,因此计算量只是广义预测控制的几分之一,有利于实现实时控制。为简化算法这里假定  $C(q^{-1}) = I$ , 不加入滞后因子的前提下推导该算法。如上(4)式改写为

$$y_i(t+k) = F_p(q^{-1}) u(t) + F_j(q^{-1}) y_i(t) \quad (7)$$

单值 MGPC 的最优预测控制律引入加权二次型性能指标求得

$$u(t) = (F_p(q^{-1}) + P/(Q^* G_{P,P-1})) [y_r(t+p) - F_j(q^{-1}) y_i(t)] \quad (8)$$

将(7)式写成最小二乘形式,通过多变量的递推最小二乘估计在线得到参数  $F_p(q^{-1})$  和  $F_j(q^{-1})$ ,然后将所得参数代入(8)式,这样就可得到当前和预测控制量。这种算法不仅可以免去在线递推 Diophantine 方程的繁琐,而且所用到的参数也仅仅是预测时域的第  $j$  步,控制时域也仅取了一步,因此,计算量比广义预测控制有很大的减少。

总结上面的计算过程,归纳为下面几步:

(1) 选定有关过程和控制参数  $n_A, n_B, n_C$  和  $j$  设置参数辨识初值;

(2) 采集过程测量值  $y(k)$  和给定值  $y_r(k)$ ;

(3) 组成观测数据矩阵并用递推最小二乘法辨识式(7)的参数得到  $F_p(q^{-1}), F_j(q^{-1})$ ;

(4) 组成观测数据矩阵求出预测  $y_i(t+k)$ ;

(5) 按式(8)计算当前控制作用  $u(t)$  并输出;

(6) 返回(2)。

## 2 仿真实例

仿真被控对象的参数如下

$$A_{11} = 1 - 0.7319q^{-1} - 0.2518q^{-2}$$

$$A_{22} = 1 - 1.0461q^{-1} + 0.0587q^{-2}$$

$$B_{11} = 0.0357 + 0.0508q^{-1}$$

$$B_{12} = 0.0056 + 0.0069q^{-1}$$

$$B_{21} = -0.0096 + 0.0001q^{-1}$$

$$B_{22} = 0.0371 + 0.0228q^{-1}$$

$$C_{11} = 1 - 0.5q^{-1}$$

$$C_{22} = 1 - 0.7q^{-1}$$

下面分别用多变量广义预测控制和多变量单值广义预测控制对该两输入和两输出的对象进行仿真,设定值  $y_{r1}$  和  $y_{r2}$  是幅值都为 1 的方波,  $u_1$  和  $u_2$  是输入控制量的变化率,预测加权矩阵和控制加权矩阵都取对角矩阵,大小为 0.1。仿真结果如图 1 和 2 所示。

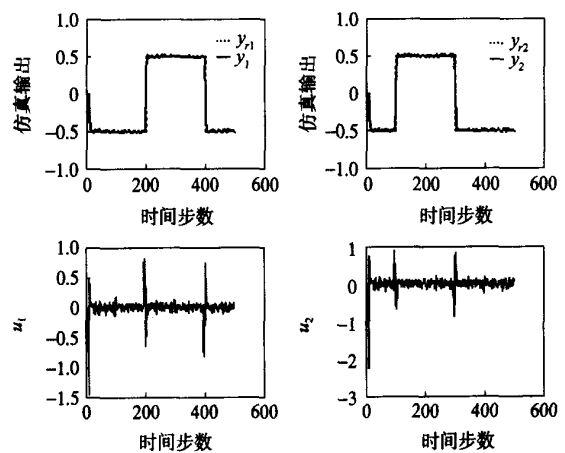


图 1 多变量广义预测控制的仿真结果

Fig. 1 Simulation result of multivariable generalized predictive control

## 3 结束语

通过对上面两种算法进行仿真可以得出:多变量广义预测控制算法能有效地处理过程的不稳定性和非最小相位特性,并且可实现自动解耦,其控制输

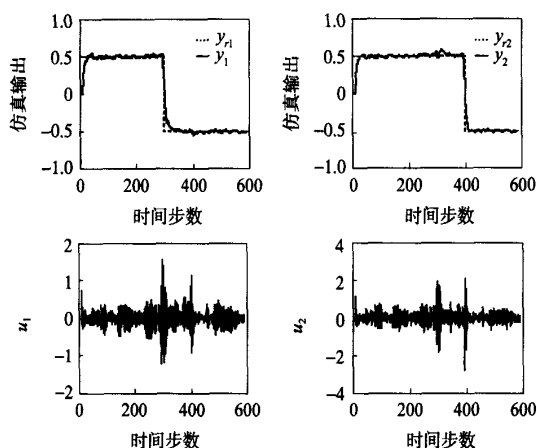


图 2 多变量单值广义预测控制的仿真结果

Fig. 2 Simulation result of multivariable single generalized predictive control

出有很好的跟踪性能,而且经过大量仿真研究发现,它的鲁棒性也非常好,对于不同对象都可得到很好的控制效果。作为其简化算法,多变量单值广义预测控制算法的仿真结果也非常好,从上图可以看出它在跟踪性、鲁棒性、抗干扰性等方面都具有良好的特性,而且该算法由于不必在线计算 Diophantine 方程的参数,也不必对矩阵求逆,控制时域相当于只取 1,预测时域取  $j$ ,所以计算量相比广义预测控制算法大大的减小了。但是由于只预测了一步,而且需

要在线辨识多变量系统的参数,所以控制效果没有多变量广义预测算法控制的效果好。文章还提出一种新的解决时滞的办法,即将近似处理时滞与广义预测控制处理时滞的办法结合起来。该方法既能处理多变量系统中各通道的滞后时间相同的系统,同时也可以处理通道间滞后时间不同的系统,这对于解决大时滞多变量复杂对象有很大的帮助。

## 参 考 文 献

- [1] 舒迪前. 预测控制系统及其应用[M]. 北京:机械工业出版社,1995
- [2] 王伟. 广义预测控制理论及应用[M]. 北京:科学出版社,1998
- [3] 潘立登. 先进控制理论与技术[M]. 北京:化学工业出版社,2003
- [4] 王东风. 多变量系统的广义预测控制解耦设计[J]. 电机与控制学报, 2000, 12(4): 243 - 246
- [5] Gao Jianping, Rohit. Performance evaluation of two industrial MPC controllers[J]. Control Engineering Practice, 2003(11): 1371 - 1387
- [6] Rodrigues J A D, Toledo E C V. A tuned approach of the predictive-adaptive GPC controller applied to a fed-batch bioreactor using complete factorial design[J]. Computers and Chemical Engineering, 2002 (26): 1493 - 1500

## Multivariable generalized predictive control and a reduced method

J IN Qi-bing CHENG Yur-wa DONG Qian

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

**Abstract:** Multivariable generalized predictive control (MGPC) algorithm was deduced in this paper. It can effectively handle the instability and the non-minimum phase of the process. Furthermore, it has good decoupling performance. A new method to handle the pure delay of a process by combining the approximation method with the generalized predictive control was proposed, and the different time delay could be handled. A reduced method was presented i. e. multivariable single generalized predictive control algorithm to simplify the complexity of MGPC. Simulation shows that this algorithm achieves a good result in tracing property, robustness, anti-interference etc.

**Key words:** generalized predictive control; single generalized predictive control; time delay

(责任编辑 刘同帅)