子空间辨识方法的研究与改进

温之建 潘立登
(北京化工大学信息科学与技术学院,北京 100029)

摘 要: 文中研究了基于状态空间模型的子空间状态空间系统辨识方法,具体介绍了该方法的辨识原理,同时将该方法与 AIC 准则相结合,对子空间辨识方法进行了改进,并对该方法进行了仿真研究。结论表明:该方法可以非常准确地得到系统的阶次,避免由于阶次选择不同而引起的辨识误差,具有很广阔的实际应用前景。

关键词: 子空间辨识;状态空间;系统辨识;AIC 准则
中图分类号: TP273

子空间辨识方法是 90 年代初出现的一种确定多输入多输出系统模型的有效方法之一,许多研究成果出现于控制和信号处理领域,在航空领域的应用也取得了很好的效果,近年来还应用于结构模态参数的辨识,但在国内过程控制领域,尚未见报道。该方法对于复杂的高阶系统,比传统的方法优越[1-3]。它不需要给定很多的系统先验知识,只要给定系统的阶次,就可以辨识出系统的参数,而且该阶次在辨识过程中也可以得到;此外,该方法没有引入非线性运算和叠代过程,使该算法简单而有效。

1 子空间系统辨识算法

考虑一个多变量系统,其状态空间模型如下

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \tag{1}$$

$$y_k = Cx_k + Du_k + v_k \tag{2}$$

$$E\left[\begin{pmatrix} w_k \\ v_k \end{pmatrix} (w_k^{\mathrm{T}}\ v_k^{\mathrm{T}})\right] = \begin{pmatrix} Q^s & S^s \\ (S^s)^{\mathrm{T}} & R^s \end{pmatrix} \delta_{kl} \geq 0 \tag{3}$$

其中,k 为采样时刻,A、B、C、D 表示系统矩阵,Q^s, R^s, S^s 表示协方差矩阵,A, $Q^s \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, $C \in R^{l\times n}$, $D \in R^{l\times m}$, $S^s \in R^{n\times l}$, $R^s \in R^{l\times l}$, 输入向量 $u_k \in R^{m\times 1}$和输出向量 $y_k \in R^{l\times 1}$是可测量的,x_k 为系统状态向量,$v_k \in R^{l\times 1}$和 $w_k \in R^{m\times 1}$不可测的高斯零均值白噪声序列(向量),且与输入不相关。E 代表期望值算子,δ_{kl}为 Kronecker 算子,$(\cdot)^{\mathrm{T}}$ 表示转置。在辨识中可获得的数据是无限长的,且各态历经。子空间辨识方法[4]可表述如下:

从未知系统的(1) - (3)式产生的输入输出的测量值 u_k 和 y_k,可用来确定未知系统的阶次 n 和系统矩阵 A, B, C 和 D 及噪声协方差矩阵 Q^s, R^s 和 S^s。

对于上述系统,定义未知系统的输入/输出 Hankle 矩阵

$$U_{0|i-1} = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \cdots & u_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u_{i-1} & u_i & \cdots & u_{i+j-2} \end{bmatrix}$$

$$Y_{0|i-1} = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{i-1} & y_i & \cdots & y_{i+j-2} \end{bmatrix}$$

其中下标 $0|i-1$ 表示矩阵的第 1 行到第 i 行。由(1) - (3)可以推出 $Y_{0|i-1} = \Gamma_i X_i + H_i U_{0|i-1} + N$

其中,$\Gamma_i = [C\ \ CA\ \ CA^2\ \cdots\ CA^{i-1}]^{\mathrm{T}}$, $X_i = [x_i\ \ x_{i+1}\ \ x_{i+2}\ \cdots\ x_{i+j-1}]$

x_i 为第 i 时刻的采样值向量

$$H_i = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ CD & D & 0 & \cdots & 0 \\ CAB & CB & D & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & & D \end{bmatrix}$$

本文可以由 $\Gamma_i X_i$ 的奇异值 S 来得到系统的阶次 n,以及由 Γ_i 和 X_i 来得到系统矩阵 A, B, C 和 D 及噪声协方差矩阵 Q^s, R^s 和 S^s。

收稿日期: 2003-09-01
第一作者: 男,1980 年生,硕士生
E-mail: jianwz@163.com

2 子空间辨识方法的改进

子空间系统辨识方法确定系统的阶次是由可观测矩阵的非零奇异值来决定的。但是对于一些系统来说,系统非零奇异值很小或是系统扰动比较大,很难确定其非零个数,这样就会导致系统阶次辨识不准确,从而导致系统辨识误差增大,甚至导致系统不可辨识。本文引入 AIC 准则[5]来确定系统模型的阶次,可以准确地得到系统的阶次。

对于系统阶次 n,(假设 $n \in [1\ 20]$),可使 $A_N^0(n) = N\left(m(1+\ln 2\pi) + \ln\left|\sum_n\right|\right) + 2\delta_n M_n$ 为最小的 n 即为系统阶次。上式中,A^0 表示 AIC 准则求得的数值

$$\sum_n = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} e(k)\, e(k)^{\mathrm{T}}$$

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$$

$$M_n = 2nm + \frac{m(m+1)}{2} + nl + ml$$

$$\delta_n = \frac{N}{N - \left(\frac{M_n}{m} + \frac{m+1}{2}\right)}$$

其中 m 为系统输入维数,l 为系统输出维数,N 为输入输出数据长度。首先假设可辨识系统最大阶次为 $n_{\mathrm{M}}(n_{\mathrm{M}} > n)$,依次计算 $A_N^0(1)$,$A_N^0(2)$,$\cdots$,$A_N^0(n_{\mathrm{M}})$ 的值,其中使 $A_N^0(n)$ 最小的系统阶次 n 及其与之相应的 A,B,C,D 即为系统的最佳阶次和矩阵。

3 仿真研究

3.1 仿真一

为了验证本方法的有效性,本文利用改进前后的方法分别对一 4 阶系统进行辨识。数据长度为 1000,用没有改进的子空间方法辨识阶次如图 1 所示,从图中得到系统的阶次 $n=4$。用本文改进的方法辨识,令 $n_{\mathrm{M}}=10$,可以得到的 $A_N^0(n)$ 的值,如表 1 所示,从表中我们同样得到系统的阶次 $n=4$。仿真结果表明经过改进之后的方法能够有效地辨识系统的阶次。

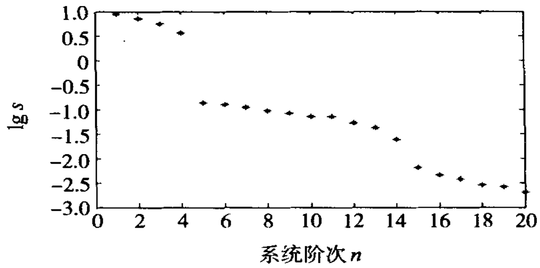

图 1 改进前的子空间辨识阶次

Fig. 1 Identified order of sub-space before improvement

表 1 改进后的子空间辨识阶次

Table 1 Identified order of subspace after improvement

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A_N^0(n)$	11502	9897.1	7366.7	2059.9	2064.9	2075.6	2097.7	2137.7	2098.2	2117.6

3.2 仿真二

该仿真的数据采集于某石化公司常减压蒸馏装置。数据长度为 402,用没有改进的子空间方法辨识阶次如图 2 所示,从图中的离散点,不易分辨出突变点,很难确定系统的阶次。用本文改进的方法辨识,令 $n_{\mathrm{M}}=10$,可以得到的 $A_N^0(n)$ 的值,如表 2 所示,从表 2 中很容易就确定系统的最小 $A_N^0(n)$ 值时的阶次 $n=2$。仿真结果表明经过改进之后的方法能够准确地辨识系统的阶次。

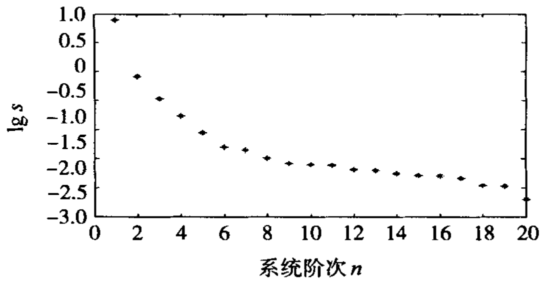

图 2 改进前的子空间辨识阶次

Fig. 2 Identified order of subspace before improvement

表 2 改进后的子空间辨识阶次

Table 2 Identified order of subspace after improvement

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A_{\mathrm{N}}^0(\mathrm{n})$	3508.7	1499.4	13922	14271	5179.2	9736.7	3104.3	5910.3	1853	1652.6

4 结　论

本文通过两个实例对改进后的子空间状态空间辨识算法进行了仿真,由仿真结果表明,改进后的方法非常有效,进一步提高了辨识算法的准确性。

参　考　文　献

[1] Ljung L. Subspace identification theory for the user[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1999

[2] Van Overschee P, De Moor B. Subspace identification for linear systems, theory, implementation, applications [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996

[3] Van Overschee P, De Moor B. Subspace algorithms for the stochastic identification problem [J]. Automatica, 1993, 29(3):649 - 660

[4] Van Overschee P, De Moor B, N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems[J]. Automatica, Special Issue on Statistical Signal Processing and Control, 1994, 30(1):75 - 93

[5] Jin Wang, S Joe Qin. A New subspace identification approach based on principal component analysis[J]. Journal of Process Control, 2002, 12:841 - 855

Improvement of subspace state space system identification

Wen Zhi-jian　Pan Li-deng

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: The aim of the paper is to study the Subspace State Space System Identification method based on state-space model and to introduce the method's basic theory. Furthermore, the method was improved by combined with AIC(Akaike Information Criterion). The comparison between the two methods were made via simulation. The results show that the improved algorithm is feasible and superior and can be used to identify the order of system correctly, and it has a wide application in industrial processes.

Key words: subspace identification; state space; system identification; akaike information criterion

(责任编辑　刘同帅)

(上接第 98 页)

Fusion approach to inconsistent datum based on rough sets theory in a distributed measuring system

Nie Wei　Zhang Su-yan

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: The inconsistent datum were disposed by the rough sets theory in the data fusion center of a distributed measuring system. The method includes three steps: the ascertainment of upper approximation, low approximation and boundary, the deduction of certain rules and possible rules from the low approximation and boundary, and the removing of the redundant rules, and the output rules were gotten. The certain rules removed are the rules with condition parts more specific than those of some other certain rules. The possible rules removed are the rules with condition parts more specific and plausibility measure equal to or smaller than those of some other possible rules and certain rules. The disposal process was described by factual datum, and the results illustrate the rationality and validity of the method.

Key words: distributed measuring system; data fusion; rough sets

(责任编辑　刘同帅)