

一种新的基于改进实时双通滤波器的信号数字积分方案

冯坤 马波 江志农

(北京化工大学设备诊断与故障自愈工程中心, 北京 100029)

摘要: 综合论述了信号数字积分问题的提出、数字积分中面临的问题及解决方法。着重研究了信号数字积分技术的核心问题,即低频噪声造成的积分器不稳定问题。本文首先将一种改进的实时双通滤波算法应用于低频干扰消除,以解决积分器不稳定问题。其次,本文研究对比了目前多种数字积分算法的优缺点及性能,选择了目前最优的数字积分算法。将选择出的积分算法与实时双通滤波结合,保证了积分后信号幅值、相位精确不失真,并且保证了数字积分的实时性;从而为数字积分在测试测量及其它相关应用领域的推广应用奠定了基础。仿真研究表明,本文的方案具有较好的精度。

关键词: 信号; 数字积分; 低频噪声; 双通滤波

中图分类号: TN911.7, TP206

引言

工程中,有时感兴趣的不仅仅是传感器直接测到的信号,对于信号的积分也十分关注^[1]。例如机械结构振动的动力学行为研究中需要位移信号,然而许多情况下直接测量到信号是加速度传感器输出的加速度信号。

以往,信号的积分往往通过模拟积分电路来实现;该技术有许多固有缺陷,例如:直流偏置问题、噪声放大问题等。随着计算机技术的进步,近年出现的数字积分具有更多的优势,例如:稳定性好、可重复性好、分辨率高。因此,数字信号积分就具有重要的工程意义和实用价值^[2]。本文将综合论述信号数字积分问题的提出、可能面临的问题及解决方法,并研究、对比目前多种数字积分算法的优缺点及使用范围等各项性能,以选择最优的数字积分算法。为数字积分技术的推广应用奠定基础。

1 数字积分概述

1.1 数字积分问题的提出

令可直接测量信号 $y(t)$ 由以下模型产生:

$$y(t) = \mu + \sum_{j=1}^p A_j \sin(j\omega_0 t + \varphi_j) + n(t) \quad (1)$$

其中, μ 为均值, A_j 、 φ_j 分别为第 j 阶谐波分量的幅值和初相位, p 为总谐波分量数, ω_0 为基频, $n(t)$ 为噪声。单个正弦信号积分幅值变换为原来的 $1/\sqrt{2}$, 相位落后 $\pi/2$ 。则不可直接测量信号,即积分后所得信号应为:

$$z(t) = \mu \cdot t + \sum_{j=1}^p \frac{A_j}{j\omega_0} \sin\left(j\omega_0 t + \varphi_j - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2)$$

实际情况要求根据已知的 $y(t)$ 测量序列 y_k , $y_k = y(k \cdot \Delta t)$, $k = 1, 2, 3 \dots J$, 给出 μ 、 A_j 、 φ_j 、 ω_0 、 C 的估计值。

工程实践中,尤其是旋转机械状态监测与故障诊断的场合,一般仅关心有限的 p 阶谐波分量,如转子振动的分频、基频、倍频等。因此上述积分问题的提出,也仅要求给出有限数目的信号特征量。

1.2 信号数字积分的关键问题分析

为获得满意的积分结果,数字积分主要有两方面问题需要考虑:数字积分的内在固有问题(低频干扰问题)、积分所采用的数值算法性能问题(算法适用范围、精度等问题)。

(1) 固有问题 分析(2)式,当 $y(t)$ 含有低频成分时,低频成分积分后的信号幅值将显著增大,即:当 $\omega_0 \rightarrow 0$ 时, $A/j\omega_0 \rightarrow \infty$ 。若噪声 $n(t)$ 中含有较低频成分,其幅值也会被显著放大,积分后信号特征量提取会产生严重误差。现有方法一般使用高

通滤波器对序列 $\{y_k\}$ 进行滤波,但信号相位 φ_j 必受滤波器相位响应影响而发生偏移;为避免相位偏移必须将 $y(t)$ 序列两次通过滤波器,即双通滤波,这使得信号积分难以实时进行^[3~4]。该问题是限制数字积分技术推广应用的关键所在,本文第 3 部分针对该问题,综合研究了各种现有双通滤波算法,提出了一种解决方案。

(2) 积分器数值算法性能问题 由(2)式可知,理想数字积分器频率响应函数应为:

$$H(i) = \frac{1}{i} = -i \frac{1}{\omega} \quad (3)$$

其中虚数单位 i 使信号通过该积分器时产生 $-\frac{\pi}{2}$ 的固定相位偏移。几乎所有数值积分算法,都是以数字可实现的离散系统来逼近理想积分器。由于 $\omega \rightarrow 0^+$ 时, $|H(i)| \rightarrow \infty$; 因为实际数字积分器在低频不可能完全逼近理想积分器;而在高频段, $|H(i)| \rightarrow 0$ 又要求实际积分器有很高分辨率;这两点决定了实际积分器只能在有限的频带内能够精确逼近理想积分器,即实际积分器需权衡适用频带范围及逼近精度两方面的要求。本文第 4 部分对现有数字积分器及其数值算法进行了综合对比和分析,为工程应用提供了详细准确的依据。

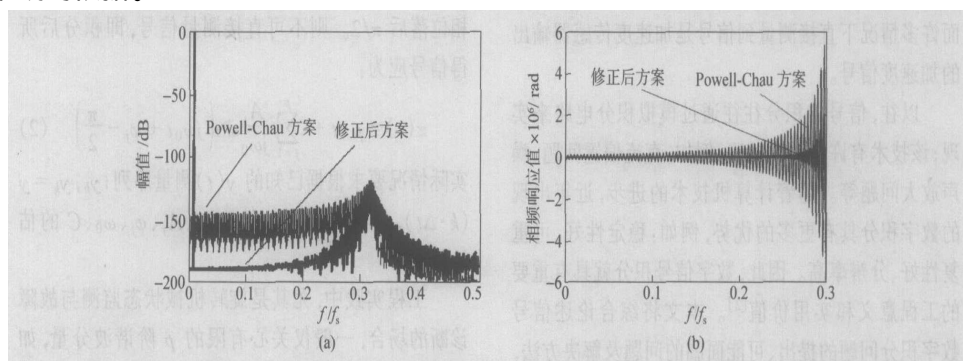


图 1 修正双通滤波器频率响应图线

Fig. 1 Frequency response of the modified two-pass filter

3 数字积分器性能及其设计算法

选择通过 IIR 结构实现数字积分器传递函数的逼近,以避免较高阶次。简单的 IIR 数字积分器是利用矩形、梯形、辛普生求积公式或更高阶次的牛顿-科特斯类型求积公式的实现;但实际上这种类型的积分器对于(3)式的理想积分器逼近在高频时会产生严重误差^[1,7]。一种改进措施为在不同积分器传递函数间进行线性插值,插值后能够获得较精确的幅频响应;但简单的线性插值,很难得到幅频和相频

2 数字积分关键问题的解决方案——基于改进的实时双通滤波器的算法

文献[3]提出的著名的双通 IIR 滤波器,总频率响应函数为实值函数,即相位响应恒为零,这表示双通滤波器不改变输入信号的相位。若对序列 $\{y_k\}$ 进行滤波时,必须将长度为 N 的该序列两次通过滤波器;这种方法因为对无限长序列截取而带来了截短噪声;在数字积分中,截短噪声中的低频成分会造成较大误差。文献[4]的 Powell-Chau 方案对滤波器算法有所改进,文献[5-6]对 Powell-Chau 方案做出了进一步改进,得到了可以极大减小低频段的截短噪声的新的修正滤波器实现方案,其频率响应如图 1 所示。由图 1(a)的幅频响应可见低频截短噪声被大大减小,减小量约 50 dB。由图 1(b)的相频响应可见,在通带内,修正后实现方案有更好的零相位特性。

综上,采用文献[6]的修正滤波器实现方案不仅可以实现更精确的零相位响应特性,而且可以实时执行,适合用于数字积分低频消噪。本文第 4 部分的实验表明,这两种方案的组合能够满足数字积分中消除低频噪声且保证信号相位不发生偏移的要求。

响应都能十分精确的积分器。文献[1]、[7]提出设计幅频、相频响应更好的积分器的方法。其中文献[1]提出基于加权最小均方法并使用 $zH(z)$ 形式的传递函数来逼近理想积分器;该方法较前述各种积分器更精确逼近理想积分器,但该方法同时带来了时延初始值选择的问题;若选择不慎会导致分数时延引起的相位偏移,甚至得不到稳定的积分器设计。文献[7]基于线性规划方法设计出在预定频率范围内满足最小最大幅值误差约束的积分器,前述各种积分器为该设计方法的设计的特例;使用该方

法设计出的积分器比前述各种积分器有更好的幅频响应,且相频响应为 $-\pi/2$ 。因此本文采用该积分器设计方法设计积分器,其积分器设计方案最终归结为如下的线性规划格式:

$$\begin{aligned} & \min \max \quad d, \quad s. \quad t. \\ & -d + \frac{a_0}{|B(e^{j\omega_k})|} + \frac{2}{|B(e^{j\omega_k})|} \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}n} a_i \cos(i\omega_k) - \frac{1}{k} \\ & d + \frac{a_0}{|B(e^{j\omega_k})|} + \frac{2}{|B(e^{j\omega_k})|} \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}n} a_i \cos(i\omega_k) - \frac{1}{k} \\ & k = 1, 2, 3, \dots, k \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{a_0}{|B(e^{j\omega_m})|} + \frac{2}{|B(e^{j\omega_m})|} \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}n} a_i \cos(i\omega_m) - \frac{1}{m} + d_m \\ & d + \frac{a_0}{|B(e^{j\omega_k})|} + \frac{2}{|B(e^{j\omega_k})|} \sum_{i=1}^{\frac{1}{2}n} a_i \cos(i\omega_k) - \frac{1}{k} - d_m \\ & m = 1, 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (4b)$$

式中, n 为积分器的偶数阶次。此处,积分器设计问题即为在最小最大误差约束下,计算式(4)中 a_0, a_n 等各积分器系数值。其中 d 为积分器与理想积分器幅值之差的最大容许值, k 为采样频率, m 为某些特定频率值, d_m 为积分器对频率为 m 的信号响应的容许误差限。使用修正单纯形算法,可以容易地求解上述线性规划问题;因此只要实现给出设计目标 d , 可以十分简捷地进行积分器设计。文献[7]还指出: $d < 1/\sqrt{2}$ 是积分器相位响应恒为 $-\pi/2$ 充分不必要条件。文献[7]提供给我们一种能够设

计任意需要的幅频响应且相位响应为 $-\pi/2$ 的通用设计算法。由于实际应用中一般要求给出有限数目的频率成分的特征量,而依据式(4b)可以对这有限个频率处的响应精度进行控制,因此该设计算法能够很好地满足实际需要。

4 仿真计算

首先依照前述设计算法设计一个二阶积分器,设计标准是在 $[0.001, 3.141]$ 范围内取 85 个等间隔采样频率值满足条件(4a),在此对(4b)的条件无特殊要求;设计结果是 $d = 0.2099$ 、 $a_0 = 1.0217$ 、 $a_1 = 0.4891$;积分器的频率响应如图 2(a) 所示,幅频响应偏差如图 2(b) 所示(采样频率 5 KHz, 采样点数 2048 点)。由图 2(a) 可见积分器的频率响应十分接近理想积分器,该积分器具有很好的精度。在 $[0, 0.4]f_s$ 的范围内幅值偏差呈线性变化,见图 2(b)。由于实际应用中采样频率一般满足条件: $f/f_s \leq 2.56$, 所以实际信号频率都在线性偏差范围内;可依据幅值偏差 A 的与频率 f 的线性关系对幅值进行校正。对 $[0, 0.4]f_s$ 范围误差进行线性拟合的结果是:

$$A(f/f_s) = 0.5123f/f_s - 0.001789, \quad f/f_s \in [0, 0.4] \quad (5)$$

使用式(5)对幅值校正后,幅值误差将进一步减小到理想积分器幅值的 0.5% 以内,精度得到进一步提高。

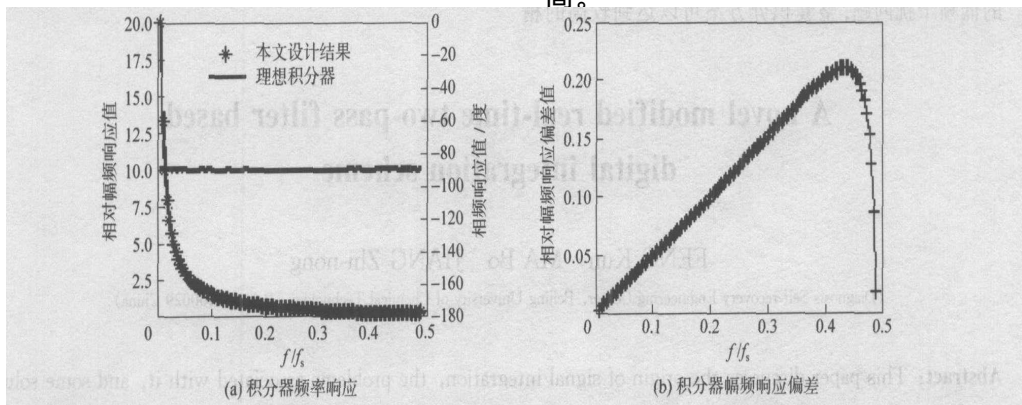


图2 积分器响应情况

Fig. 2 Response of the designed integrator

其次,综合应用 3 所述滤波算法及上述积分器,对式(6)表示的复合信号进行积分以检验整套积分方案精度。该信号是包含低频、高频以及噪声的复合信号。式中 $N(t)$ 为高斯白噪声。

$$x(t) = 0.01\sin(2\pi \cdot t) + 0.5\sin(2\pi \cdot 10t) +$$

$$\begin{aligned} & \sin(2\pi \cdot 40t) + 2.5\sin\left(2\pi \cdot 200t + \frac{\pi}{4}\right) + \\ & 1.5\sin(2\pi \cdot 800t) + 10\sin(2\pi \cdot 1200t) + N(t) \end{aligned} \quad (6)$$

对上述信号以采样频率 5120 Hz、采样点数 2048 点

采样,经 3.2 滤波算法滤波(滤除 10 Hz 以下信号)后使用前述积分器积分,与理论值比较的结果如图 3 所示(积分前后数据均经过零均值化处理)。由图 3 数据分析,幅值误差小于 5%,且滤波造成的相位偏移小于 1° ,整套积分方案确实可以达到良好的积分效果。积分器未因低频干扰而失去稳定性,说明双通滤波器可以较好地消除低频干扰问题。

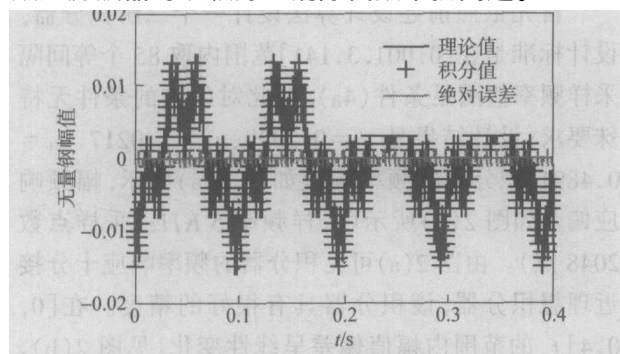


图 3 整套积分方案仿真测试结果

Fig. 3 The result of testing the whole integration scheme

5 结论

本文所使用的双通滤波器具有优良的频率响应、可实时实现,因而较适于应用于实时数字积分;很好的可选择性,可以设计。此外,本文所使用的数字积分算法具有得到频率响应优良的低阶数字积分器。本文通过综合的研究及仿真实验后,验证了将上述两种算法结合,可以较好的解决信号数字积分的低频干扰问题,整套积分方案可以达到较高的精

度;本文的研究结果可以为数字积分在测量领域及其它相关应用领域中的推广应用提供重要参考依据。

参 考 文 献

- [1] Pintelon R, Schoukens J. Real-time integration and differentiation analog signals by means of digital filtering [J]. IEEE Trans. Instruments Measurement, 1990, 39 (6): 923 - 927.
- [2] Audenino A. Processing of simultaneous mechanical random response signals: integration, differentiation, and phase shifts correction [J]. Mech Systems Signal Process, 1996, 10 (3): 277 - 299.
- [3] Kormylo J J, Jain V K. Two-pass recursive digital filter with zero phase shift [J]. IEEE Trans Acoust Speech Signal Process, 1974, 32(1): 384 - 387.
- [4] Powell S, Chau M. A technique for realizing linear phase IIR filters [J]. IEEE Trans Signal Process, 1991, 39(11): 2425 - 2435.
- [5] Willson A N, Orchard H J. An improvement to the Powell and Chau linear phase filters [J]. IEEE Trans Signal Process, 1994, 42(10): 2842 - 2848.
- [6] Djokic B, Popovic M, Lutovac M. A new improvement to the Powell and Chau linear phase filters [J]. IEEE Trans Signal Process, 1998, 46(6): 1685 - 1688.
- [7] Papamarkos N, Chamzas C. A new approach for the design of digital integrations [J]. IEEE Trans Circuits Systems, 1996, 43(9): 785 - 791.

A novel modified real-time two-pass filter based digital integration scheme

FENG Kun MA Bo JIANG Zhi-nong

(Diagnosis Self-recovery Engineering Center, Beijing University of Chemical Technology, Beijing, 100029 China)

Abstract: This paper discusses the origin of signal integration, the problems associated with it, and some solutions. The key problem restricting extension of digital integration technology is that the low frequency noise makes the digital integrator very unstable. In this work, a modified two-pass filter algorithm is used in the noise cancellation. After a comparative study of the algorithm properties and efficiency range behavior of many integrators, an optimal digital integration algorithm is chosen. In this paper, a novel integration process combining the new two-pass filter and the optimal integrator is described. This approach allows an accurate measurement of phase and amplitude. Computer simulation proves that our approach is feasible.

Key words: signal; digital integration; low frequency noise; two-pass filter