

人脸识别中的特征分析

胡万宝 赵丽娜*

(北京化工大学 理学院, 北京 100029)

摘 要: 研究了奇异值分解和傅里叶变换方法在图像分析和人脸识别中的作用;比较了两种方法进行图像处理的分解信息,研究了图像傅里叶变换后幅度谱和相位谱包含的图像信息;随后设计实验研究了奇异值向量矩阵和奇异值矩阵中包含的图像信息,并提出一个新的观点:图像分解后的奇异值矩阵包含图像的光照信息;通过设计实验验证了观点的正确性。

关键词: 人脸识别;特征提取;奇异值分解;傅里叶变换

中图分类号: TP391.4

引 言

近年来在计算机视觉和模式识别研究领域,关于人脸识别的研究非常活跃且具有代表性,在监控、人机交互、门禁系统等领域的应用很有潜力^[1]。人脸识别的成功依赖两个问题的解决:特征的表示和匹配。特征被分成了四种类型:视觉特征,统计学像素特征,变换系数特征和代数特征^[2]。其中代数特征表示的是图像的内部性质,目前典型的代数特征的研究主要集中于奇异值特征上。Hong^[2]提出基于奇异值分解的识别方法,在人脸识别中代数特征是有效的特征。Liu 等^[3]提出了一种新的分数级奇异值分解表示方法,然而没有考虑每一组基的识别能力,分数级参数的数值大小对识别非常敏感,在现实世界中应用有一定的局限性。基于此,Lu 等^[4]提出了一种显著的奇异值分解表示方法,将每一张图像的奇异值频谱分解成了 3 个子空间。

在人脸识别中,傅里叶变换也是一种有效的工具。傅立叶变换的原理是将一个函数转换为一系列周期函数来处理的。魏雪娟^[5]提出了基于人脸频率域特征的人脸识别系统,其中利用了傅里叶变换和奇异值分解相结合的方法。Tian 等^[6]人提出对

于人脸识别,奇异值矩阵包含很少的有用信息,大部分的重要信息都嵌入在奇异值分解的两个正交矩阵中。吕尧新等^[7]提出图像傅里叶变换之后的相位谱中包含图像的纹理结构特征,但是没有明确的依据。

因此,基于 Yale 人脸库,本文设计实验对图像特征进行了分析,验证图像经过傅里叶变换和奇异值分解之后,幅度谱和相位谱中包含的信息,奇异值向量矩阵和奇异值矩阵中包含的图像信息。实验验证了奇异值矩阵中包含的图像信息与幅度谱、相位谱中包含信息的关系,进一步验证了所提观点的正确性。

1 基础知识

1.1 图像的傅里叶变换

满足一定条件的某些函数可以经过傅里叶变换表示成一个三角函数或者三角函数的一个线性组合。在不同的研究领域,傅里叶变换有着不同的变化,其中包括连续傅里叶变换和离散的傅里叶变换。

二维连续傅里叶变换

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux + vy)} dx dy$$

二维连续逆傅里叶变换

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{i2\pi(ux + vy)} du dv$$

二维离散傅里叶变换

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp \left[-i2\pi \left(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N} \right) \right], u \in (0, M-1), v \in (0, N-1)$$

收稿日期: 2012-04-16

基金项目: 国家自然科学基金天元基金(10926187); 中央高校基本科研业务费专项资金(ZZ1019)

第一作者: 男, 1984 年生, 硕士生

* 通讯联系人

E-mail: zhaoln@mail.buct.edu.cn

二维离散逆傅里叶变换

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} F(u, v) \exp \left[i2\pi \left(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N} \right) \right], x \in (0, M-1), y \in (0, N-1)$$

1.2 图像的奇异值分解

1.2.1 奇异值的定义

设 $A \in \mathbf{C}_r^{m \times n} (r > 0)$, $A^T A$ 的特征值为

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r \geq \lambda_{r+1} = \dots = \lambda_n = 0$$

则称 $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} (i = 1, 2, \dots, n)$ 是 A 的奇异值;规定零矩阵的 n 个奇异值都是零。

1.2.2 奇异值分解定理

如果 $A \in \mathbf{R}_r^{m \times n} (r > 0)$, 存在 m 阶的正交矩阵 U 和 n 阶的正交矩阵 V , $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 是矩阵 A 的非零奇异值, 且满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$,

$$r = \text{rank}(A), \sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$$

$$A = U \Sigma V^T \quad (1)$$

$$S = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r)$$

式(1)称作矩阵 A 的奇异值分解。

在本文中,定义 U 和 V 为奇异值向量矩阵, S 为奇异值矩阵。

1.2.3 矩阵奇异值分解的具体步骤

(1) 求出 $A^T A$ 的特征值 λ_i 和对应的特征向量 X_i ;

(2) $V = (V_1, V_2)$, 其中 V_1 是非零奇异值对应的特征向量, V_2 是零奇异值对应的特征向量;

(3) $U = (U_1, U_2)$, 其中 $U_1 = AV_1B^{-1}$, U_2 与 U_1 正交;

(4) 构造奇异值分解形式: $A = U \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^T$ 。

2 实验设计及结果分析

2.1 验证图像傅里叶变换频谱蕴含的信息

对图像进行快速傅里叶变换可以将图像信息转换到频域空间,可以获得图像的相位谱和幅度谱,其中相位谱中包含的是纹理和结构信息,而幅度谱中包含的是对比光照信息^[7],但是文献中并没有确切依据,下面设计实验,进行验证。

2.1.1 人脸图像傅里叶变换双谱信息

取 Yale 人脸库中的两张人脸图 A 和图 B (尺寸大小,像素大小完全一样),对它们分别作离散的傅里叶变换,得到幅度谱和相位谱的图像,如图 1 所

示,从图像的表象,可以直观的看到,相位谱图所包含的是原图的纹理结构信息,而幅度谱中所包含的是原图像的对比光照、亮度信息,但是需要做进一步的验证。

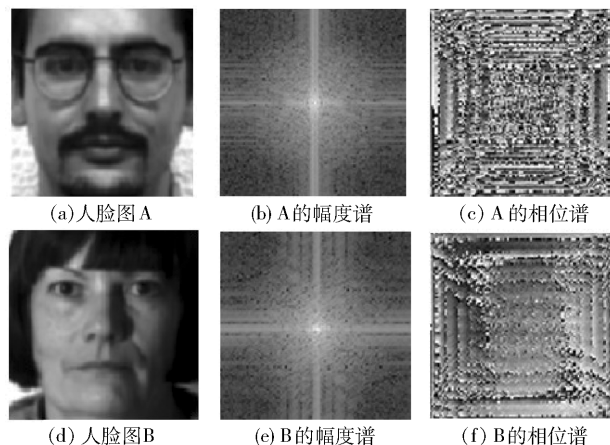


图1 人脸图像傅里叶变换双谱图

Fig. 1 Fourier transform pairs of spectra of face images

2.1.2 单纯谱重构

应用离散的逆傅里叶变换,分别对人脸图 A 和人脸图 B 的幅度谱和相位谱作图像重构,如图 2 所示,可以明显的看到中间的两幅图,即单纯的相位谱重构图,包含着原图像的完整的纹理结构和轮廓信息,而幅度谱的重构图像,没有包含这些信息,只能看到模糊的图像,黑白不是很均匀。

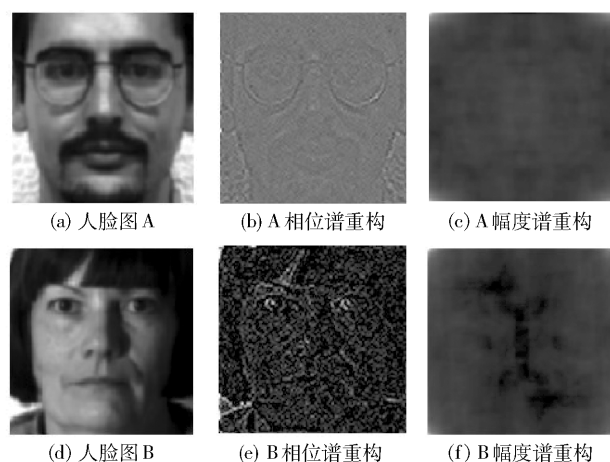


图2 人脸图像单纯谱重构图

Fig. 2 Simple spectrum reconstruction of face images

2.1.3 两张人脸图像双谱交叉重构

对 2.1.2 节实验做进一步验证,将两张图像的幅度谱和相位谱交叉重构,如图 3,观察重构图 1 和重构图 2,很容易发现,重构图 1 中完全包含着人脸图 A 的所有纹理结构和轮廓特征;重构图 2 中完全

包含着人脸图 B 的所有纹理结构和轮廓特征;同时还发现,在 2.1.2 节实验设计的单纯的相位谱重构图像,只能显示纹理结构和轮廓,但是在本实验设计中图 3(b)、(d) 显示的图像更清晰,有了光泽度和对比亮度信息,就是因为有幅度谱参与重构。这一实验的设计,能进一步说明,图像经过离散的傅里叶变换之后,相位谱中包含着原图像的纹理结构和轮廓信息,而幅度谱中蕴含的是原图像的对比亮度与光照信息。

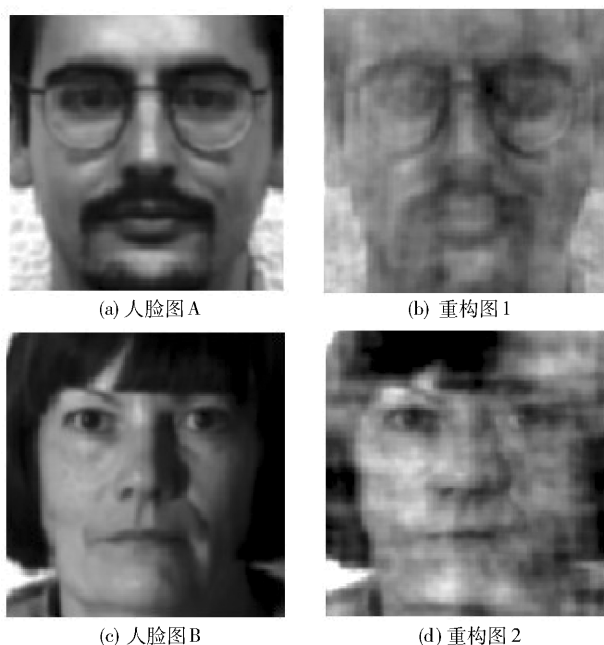


图 3 两张人脸图双谱交叉重构图

Fig. 3 Bispectrum cross reconstruction of two faces

2.1.4 人脸图像亮度变化后双谱比较

进一步验证傅里叶变换之后,幅度谱中所蕴含的是图像的对比亮度光照信息。选取 Yale 人脸数据库中的 165 张图片(总共 15 人,每人有不同姿态、不同光照信息的图像 11 张),对每一张图像的亮度进行相同的改变,分别对原图像和亮度改变后的图像做快速离散傅里叶变换,得到每一张人脸图像的幅度谱和相位谱,然后分别比较同一张人脸图亮度改变前后的幅度谱和相位谱之间的相似度。利用矩阵之间的夹角大小来衡量相似度的大小,结果如图 4 所示,图中 k 表示的是两谱矩阵之间的夹角余弦值,用 matlab 工具 `imadjust(a,[0,1],[1,0])` 进行亮度改变。可以发现图 4 中,图像亮度完全反转,图像亮度改变前后的图像傅里叶变换相位谱之间 k 值为 1(虚线),即它们之间的夹角为零,也就是说亮度改变前后的相位谱之间的相似程度非常大;而幅度

谱之间的 k 值有很大的变化,当亮度改变完全反转,大部分的 k 值都是 0(实线),夹角度数都在 90° 左右,也就是说幅度谱之间的相似程度很小。这说明亮度光照变化引起了幅度谱包含信息的改变;相似程度随着亮度光照改变的增强而减小。这一实验设计,能充分说明,图像傅里叶变换之后,幅度谱中包含有对比光照亮度信息,也进一步体现了相位谱中包含的是纹理结构以及轮廓信息。

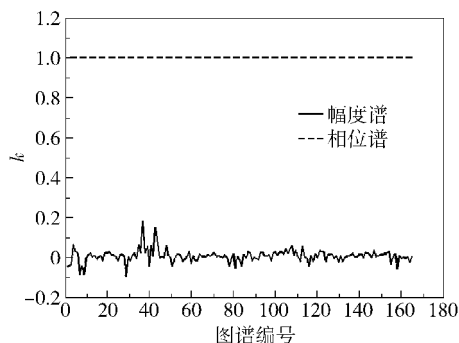


图 4 图像亮度改变后双谱比较图

Fig. 4 Comparison of bispectrum after a change in image brightness

2.2 图像奇异值分解后矩阵中蕴含的信息

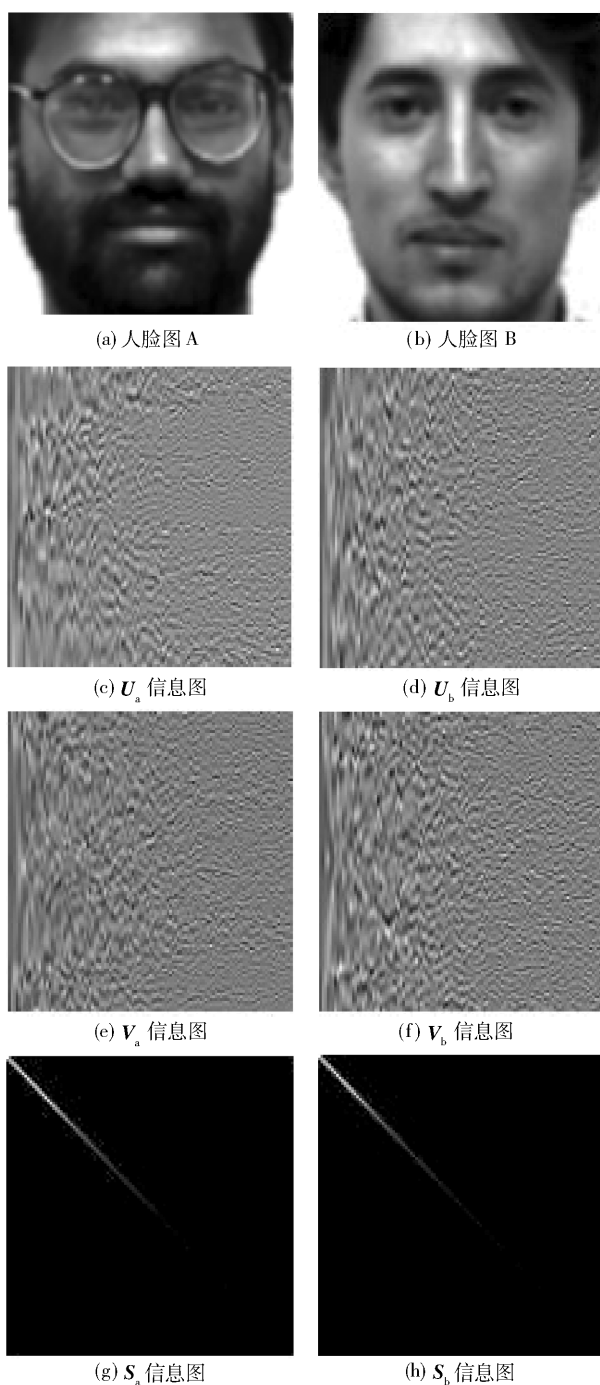
当对图像进行奇异值分解的时候,首先将图像转换成数字信息,在计算机中它是一个灰度值矩阵,然后这一矩阵被奇异值分解,可以得到 3 个数字矩阵 U 、 S 、 V 。设计一组实验去验证 U 、 S 、 V 包含图像的哪种信息。

2.2.1 奇异值分解后 U 、 S 、 V 蕴含的表象信息

取 Yale 人脸库中的两张人脸图片,分别对图片做奇异值分解,可以获得 3 个矩阵 S 、 U 、 V 。然后分别显示每一个矩阵中的图像信息,如图 5 所示,从 (c)、(d)、(e)、(f) 可以发现, U 和 V 中包含着原图像一些纹理结构信息,从 (g)、(h) 可以看出奇异值矩阵 S 中有一些亮点和亮线。现在可以假设,图像经过奇异值分解之后,奇异值向量矩阵中包含的是原图像的纹理结构信息,而奇异值矩阵 S 中包含的是原图像的对比亮度光照信息。下面进一步实验,去验证这一假设的正确与否。

2.2.2 U 、 S 、 V 单纯重构

对 2.2.1 节实验中的两张图片进行奇异值分解,将得到的 3 个数字矩阵,分别单纯的进行重构, U 、 V 表示奇异值向量矩阵, S 表示奇异值矩阵, I_1 表示维数与 S 相同的单位矩阵, I_2 表示维数与 V 相同的单位矩阵, I_3 表示维数与 U 相同的单位矩阵。

图 5 人脸奇异值分解后 U 、 S 、 V 信息图Fig. 5 Face U , S , V information after SVD

如图 6 和 7 所示,可以看出,单纯的 U 和单纯的 V 重构图,都没有显示出原人脸图的清晰纹理和轮廓,单纯的 S 重构值显示了一些小亮点,而 UV 重构图可以把原图像的完整的纹理结构和轮廓全部显示出来,但是没有表面的光泽,光滑度;而 USV 重构人脸图完整的显示了原图片。这一实验结果表明,奇异值向量矩阵 U 和 V 包含了原图像的纹理结构

和轮廓信息,而奇异值矩阵 S 中包含着一些亮度光照信息。

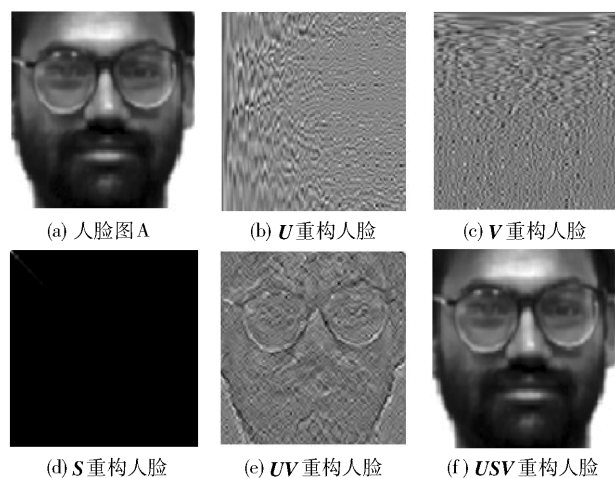


图 6 人脸图 A 单纯重构图

Fig. 6 Simple reconstruction of face A

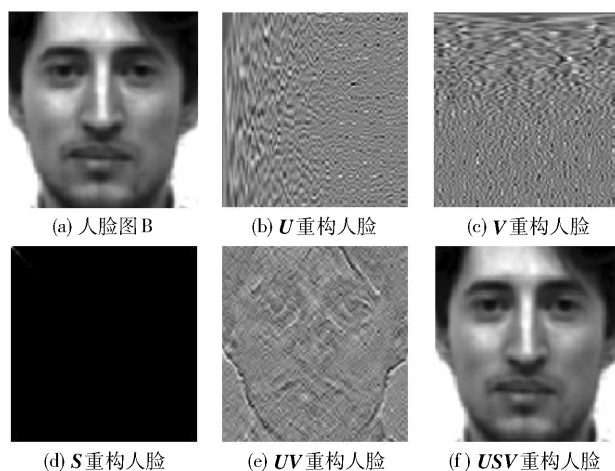


图 7 人脸图 B 单纯重构图

Fig. 7 Simple reconstruction of face B

2.2.3 两张人脸图像奇异值矩阵交叉重构

对两张图片进行奇异值分解之后,将两张图片的奇异值矩阵 S_a 和 S_b 进行互换,奇异值向量矩阵保持不变,进行图像重构。如图 8 所示, $U_a S_b V_a$ 的重构图和原人脸图 A, $U_b S_a V_b$ 的重构图和原人脸图 B,纹理结构、轮廓完全一样,只是亮度光泽度有微小的差异。这一实验充分表明,奇异值矩阵中包含的信息不会影响原图片的纹理结构,而奇异值向量矩阵包含着原图片的纹理结构和轮廓信息。

2.3 S 矩阵与幅度谱和相位谱包含图像信息的联系

通过以上实验,得知相位谱包含人脸图像的纹理结构和轮廓信息,幅度谱中包含图像的对比亮度



图8 两张人脸图像奇异值矩阵交叉重构

Fig. 8 Singular value matrix cross-reconstruction of two faces

和光照信息,取 Yale 人脸库中的 165 张人脸图片(15 个人,每人 11 张不同姿态、光照的照片)设计实验验证在包含信息方面,奇异值矩阵 S 与幅度谱和相位谱之间的关系。

2.3.1 整张人脸图像奇异值矩阵与双谱关系

对整张人脸图像进行实验,分别对这 165 张图片做快速离散傅里叶变换和奇异值分解,可以获得每一张图片的相位谱,幅度谱和奇异值矩阵 S 。然后将每一张图片的奇异值矩阵 S ,分别和幅度谱、相位谱矩阵进行比较,求矩阵之间的夹角余弦值 k 。如图 9 所示,165 张图片的奇异值矩阵与相位谱矩阵之间的夹角余弦 k 值(即图中的虚线条显示)几乎都接近于零,也就是说夹角接近 90° ,说明奇异值矩阵和相位谱矩阵的相似程度差距很大,那么所包含的信息也不会相同,而奇异值矩阵与幅度谱矩阵之间的夹角余弦 k 值(即图中的实线条显示)大于 0.8 小于 1,而且大部分在 0.9 以上,接近 1,说明它们之间的夹角是接近 0° 的,那么它们包含的图像信息也是非常相似,而幅度谱中包含的是图像的光照和亮度信息,所以,奇异值矩阵同样包含的是图像的亮度和对比光照信息。

2.3.2 部分人脸图像奇异值矩阵与双谱关系

分别对半张脸(左半张、右半张、上半张、下半张)和四分之一脸(左上四分之一、右上四分之一、左下四分之一、右下四分之一)做了和 2.3.1 节实验同样的操作。本实验,显示了左半张人脸和上半张

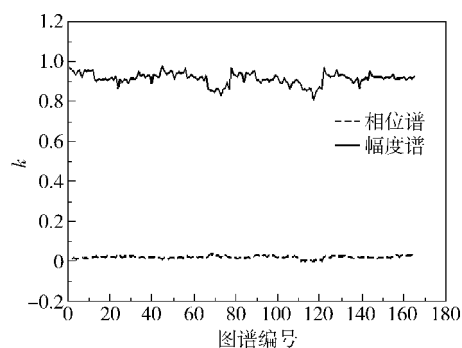


图9 整张人脸图像奇异值矩阵与双谱关系

Fig. 9 The relationship singular value matrix with the bispectrum of the whole face image

人脸,左上四分之一人脸和左下四分之一人脸,如图 10 中(a)~(d)所示,得到了与 2.3.1 节实验同样的结论。

以上的实验结果说明,图片经过奇异值分解和离散傅里叶变换之后,奇异值矩阵中包含的信息与相位谱中信息差距很大,而奇异值矩阵与幅度谱包含相同的图像信息,都包含着图像的亮度与对比光照信息。

3 结论

(1) 图像在经过傅里叶变换后,相位谱中包含图像的纹理轮廓结构信息,幅度谱中包含图像的对比光照亮度信息。

(2) 图像经过奇异值分解之后,奇异值向量矩阵中包含着图像的大部分信息,而且是纹理和轮廓信息;提出奇异值矩阵中包含有对比光照亮度信息的新观点。

(3) 奇异值矩阵与幅度谱和相位谱所含信息的关系为:奇异值矩阵中包含着与幅度谱中同样的对比光照亮度信息。

参考文献:

- [1] Zhao W, Chellappa R, Phillips P J, et al. Face recognition: a literature survey[J]. ACM Computing Surveys, 2003, 35(4): 399-458.
- [2] Hong Z Q. Algebraic feature extraction of image for recognition[J]. Pattern Recognition, 1991, 24(3): 211-219.
- [3] Liu J, Chen S C, Tan X Y. Fractional order singular value decomposition representation for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2008, 41(1): 378-395.
- [4] Lu J W, Zhao Y W. Dominant singular value decomposi-

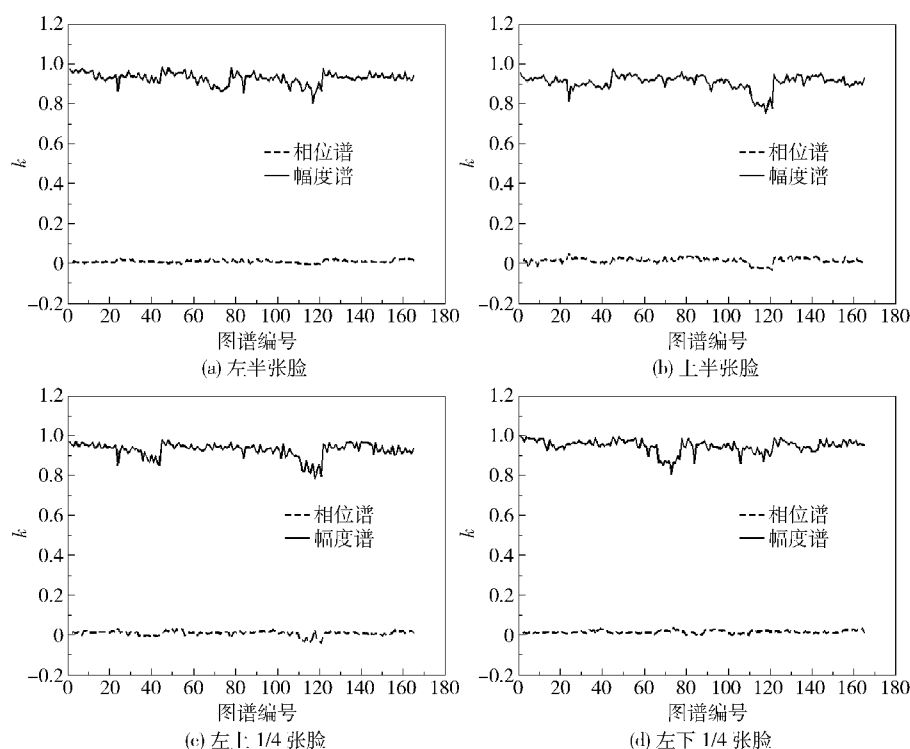


图 10 部分人脸图像奇异值矩阵与双谱关系图

Fig. 10 The relationship singular value matrix with the bispectrum of part of the face image

tion representation for face recognition [J]. Signal Processing, 2010, 90: 2087–2093.

- [5] 魏雪娟. 基于傅里叶变换技术的人脸识别系统 [D]. 四川大学, 2005.

Wei X J. Face recognition system based on FFT algorithm and its application [D]. Sichuan University, 2005. (in Chinese)

- [6] Tian Y, Tan T N, Wang Y H, et al. Do singular values contain adequate information for face recognition? [J].

Pattern Recognition, 2003, 36: 649–655.

- [7] 吕尧新, 刘志强, 朱祥华. 基于相位一致性原理的图像特征检测技术 [C] // 第九届全国青年通信学术会议论文集, 北京, 2004: 1101–1105.

Lu Y X, Liu Z Q, Zhu X H. Image feature detection via phase coherency [C] // Ninth National Youth Communication Conference Proceedings, Beijing, 2004: 1101–1105. (in Chinese)

Feature analysis of face recognition

HU WanBao ZHAO LiNa

(School of Science, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: In this paper, we first study the roles of singular value decomposition (SVD) and fast Fourier transform (FFT) in image analysis and face recognition. Then the decomposition information from SVD and FFT are compared, experiments are designed to explore what image information is contained in the amplitude spectrum and phase spectrum after image FFT, and what image information is contained in the singular vector matrix and singular matrix after image SVD. Finally, a new viewpoint that the singular matrix contains the illumination information of the image is proposed, and was verified by experiments based on the Yale Face Database.

Key words: face recognition; feature extraction; singular value decomposition; fast Fourier transform