

# 转子-轴承系统中电磁作动器的力学特性分析及实验研究

姚剑飞 王维民 杨佳丽 张 娅\*

(北京化工大学 机电工程学院 诊断与自愈工程研究中心, 北京 100029)

**摘 要:** 通过理论分析和实验的方法研究了电磁作动器的力学特性,建立了基于转子振动位移的电磁作动器电磁力模型;设计了电磁力模型参数识别装置,并采用最小二乘估计法进行了模型参数识别。该模型与电磁轴承力的理想模型的对比实验表明,基于转子振动位移的电磁力模型较之传统理想模型更能反映电磁作动器中实际电磁力的力学特性。

**关键词:** 电磁作动器; 电磁力; 转子-轴承系统; 最小二乘

**中图分类号:** TH113

## 引 言

电磁作动器是机械振动控制系统中的关键部件,由于电磁力可以通过非接触的方式对控制对象施加控制力,因此电磁作动器是控制旋转部件振动的较理想工具。电磁轴承不仅可以支承转子、阻尼振动和稳定转子,还可作为激振器使用,对转子施加激振<sup>[1]</sup>。在自愈调控系统中,一般将电磁轴承作为作动器使用,对转子施加电磁力来模拟故障状态,或对转子施加电磁控制力,实现系统的自愈调控功能<sup>[2]</sup>。

目前,对于电磁轴承电磁力的测量与识别大致有三类方法:一种是基于磁通测量的方法,将 Hall 传感器作为测量元件,通过测量电磁轴承气隙磁感应强度,来计算电磁力<sup>[1,3-4]</sup>;一种是基于电流-气隙测量的方法,通过测量线圈电流和气隙,计算电磁力<sup>[5-7]</sup>;一种是基于应力应变原理的方法,采用光纤应变传感器,测量定子受力形变,来计算电磁力<sup>[8-9]</sup>。文献[10]将电磁轴承用于电磁作动器,将电磁力公式进行线性化处理,进行了标定工作。

文献[11]指出线圈电流接近饱和时理想电磁力公式的不适用性,并给出了基于实验数据的多项式电磁力拟合公式,但该公式未考虑线圈电流与气隙间的耦合关系;文献[12]在文献[11]的基础上对电磁力的多项式模型进行了修正,解释了转子-电磁轴承系统的非线性谐波响应现象。但以上文献对电磁力的测量和识别的研究,均未考虑由于转子受力而发生振动偏心对电磁力的影响,即线圈电流与气隙间的耦合影响因素。文献[13]以 8 磁极电磁轴承为例,通过几何方法推导了偏心后单磁极电磁力表达式,但未考虑到因偏心导致的磁极对的两处气隙不再相等,而是直接采用某一气隙值计算气隙磁场。

本文基于磁路分析理论,采用积分法,建立了基于转子振动位移的 12 磁极电磁作动器的电磁力模型;设计了该作动器电磁力模型的识别装置,通过实验对模型参数进行了识别,给出了基于转子振动情形的电磁作动器电磁力实时计算模型;并进行了实验对比研究。

## 1 基于转子振动位移的电磁作动器电磁力建模及参数识别

### 1.1 基于转子振动位移的电磁作动器电磁力模型

电磁作动器转子受电磁力作用,产生偏离中心的运动,从而导致线圈电流与气隙耦合现象的发生。假设轴为刚性轴,某  $t_0$  时刻,作动器转子受电磁力作用,转子轴心位移  $z(t_0)$  为

$$z(t_0) = x(t_0) + jy(t_0) = z_0 \cdot e^{j\alpha(t_0)} \quad (1)$$

收稿日期: 2012-02-22

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(51135001); 国家自然科学基金(50975018); 中央高校基本科研业务经费项目(JD1110)

第一作者: 男, 1979 年生, 博士生

\* 通讯联系人

E-mail: zhangya@mail.buct.edu.cn

式(1)中,  $x(t_0)$ 、 $y(t_0)$  分别为  $t_0$  时刻水平和垂直方向位移,

$$z_0 = \sqrt{x^2(t_0) + y^2(t_0)}$$

$$\tan \alpha(t_0) = \frac{y(t_0)}{x(t_0)}$$

此时, 偏心距  $e = z_0$ , 偏心角为  $\alpha = \alpha(t_0)$ 。转子偏心示意图如图 1 所示。

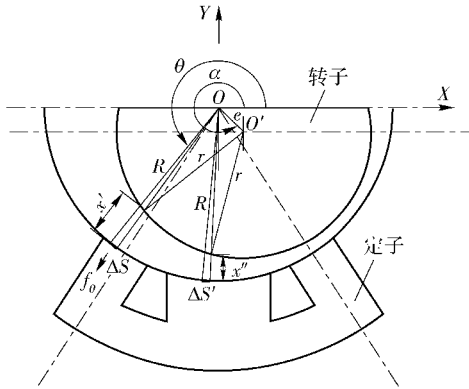


图 1 转子偏心示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the rotor eccentricity

如图 1 所示, 已知电磁轴承宽度为  $L$ , 假设沿宽度方向气隙均匀, 忽略铜损、铁损、漏磁及磁饱和等因素。其中,  $\mu$  为磁导率,  $N$  为线圈匝数,  $I$  为线圈电流,  $x'$  和  $x''$  为磁极气隙。当转子发生偏心时, 与定子间气隙不再均匀。由于该作动器结构具有对称性, 考虑某磁极对一磁极上微小面积  $\Delta S$  上所产生的电磁力, 设电磁力在  $\Delta S$  上均匀分布且相等。则在  $\Delta S$  上产生的电磁力为

$$\Delta f = \frac{\mu_0 N^2 I^2}{2(x' + x'')^2} \Delta S \quad (2)$$

由几何关系知,  $\Delta S = LR\Delta\theta$ , 其中  $R$  为作动器定子半径,  $\Delta\theta$  为微元对应的弧度, 代入式(2), 得

$$\Delta f = \frac{\mu_0 N^2 L R I^2}{2(x' + x'')^2} \Delta\theta \quad (3)$$

则在任意  $\theta$  处产生的电磁力为

$$f_\theta = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta\theta} = \frac{\mu_0 N^2 L R}{2(x' + x'')^2} I^2 \quad (4)$$

图 2 为电磁作动器定子结构示意图。

如图 1~2, 由电磁作动器结构的几何关系和磁力线轴对称性, 可知

$$x' = (R - r) - e \cos(\alpha - \theta) = g_0 - z_0 \cos(\alpha - \theta) \quad (5)$$

$$x'' = (R - r) - e \cos(\psi) = g_0 - z_0 \cos(\psi) \quad (6)$$

其中,

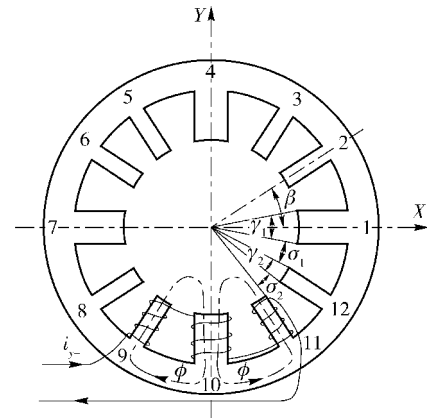


图 2 电磁作动器定子结构图

Fig. 2 Geometry of the stator for the active magnetic exciter

$$\psi = \alpha + \theta + \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 + \sigma_1 - \pi \quad (7)$$

式(5)~(6)中,  $g_0$  为均匀气隙,  $r$  为作动器转子半径,  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  分别为大小磁极张角,  $\sigma_1$  为大磁极间张角。将式(5)~(6)代入式(4), 得

$$f_\theta = \frac{\mu_0 N^2 L R I^2}{8} \frac{1}{\left[ g_0 - \frac{z_0}{2} [\cos \psi + \cos(\alpha - \theta)] \right]^2} \quad (8)$$

式(8)表示在电磁作动器任意  $\theta$  角处微元  $\Delta S$  上产生的电磁力。则第  $i$  个磁极上产生的电磁力为

$$f_i = \int_{\theta_{ia}}^{\theta_{ib}} f_\theta d\theta = \frac{\mu_0 L R}{8} N_i^2 I_i^2 \cdot \int_{\theta_{ia}}^{\theta_{ib}} \frac{d_\theta}{\left[ g_0 - \frac{z_0}{2} [\cos \psi + \cos(\alpha - \theta)] \right]^2} d\theta \quad i = 1, 2, \dots, 12 \quad (9)$$

式(9)中,  $\theta_{ia}$ 、 $\theta_{ib}$  分别表示第  $i$  个磁极的起始弧度值和终止弧度值。令

$$\tau = \alpha + \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_2 + \sigma_1 - \pi$$

则有

$$\cos \psi + \cos(\alpha - \theta) = A \sin(\theta + \varphi) \quad (10)$$

其中

$$A = \sqrt{2(1 + \cos(\alpha + \tau))} \quad (11)$$

$$\tan \varphi = \frac{\cos \alpha + \cos \tau}{\sin \alpha - \sin \tau} \quad (12)$$

代式(10)入式(9), 得

$$f_i = \frac{\mu_0 L R}{8} N_i^2 I_i^2 \int_{\theta_{ia}}^{\theta_{ib}} \frac{d_\theta}{\left[ g_0 - \frac{z_0}{2} A \sin(\theta + \varphi) \right]^2} d\theta \quad (13)$$

则存在  $\xi_i \in [\theta_{ia}, \theta_{ib}]$ , 有

$$f_i = \frac{\mu_0 LR}{8} N_i^2 I_i^2 \frac{1}{\left[ g_0 - \frac{z_0}{2} A \sin(\xi_i + \varphi) \right]^2} (\theta_{ib} - \theta_{ia}) \quad (14)$$

令

$$K = \frac{\mu_0 LR}{8}$$

$$A_i = \frac{A \sin(\xi_i + \varphi)}{2}$$

$$\xi_i \in [\theta_{ia}, \theta_{ib}]$$

$$\Delta\theta_i = \theta_{ib} - \theta_{ia}$$

有

$$f_i = K \frac{N_i^2 I_i^2}{[g_0 - A_i \cdot z_0]^2} \Delta\theta_i, i = 1, 2, \dots, 12 \quad (15)$$

由图 2 可知,  $\Delta\theta_i$  即为第  $i$  个磁极张角。则电磁作动器在  $X, Y$  方向上产生的电磁力为

$$f_x = \mathbf{F} \mathbf{B}_1^T \quad (16)$$

$$f_y = \mathbf{F} \mathbf{B}_2^T \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{F} = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_{12}] \quad (18)$$

$$\mathbf{B}_1 = [1, \cos\beta, \sin\beta, 0, -\sin\beta, -\cos\beta, -1, -\cos\beta, -\sin\beta, 0, \sin\beta, \cos\beta] \quad (19)$$

$$\mathbf{B}_2 = [0, \sin\beta, \cos\beta, 1, \cos\beta, \sin\beta, 0, -\sin\beta, -\cos\beta, -1, -\cos\beta, -\sin\beta] \quad (20)$$

$\beta$  为磁极偏角。

## 1.2 基于实验装置的电磁作动器单自由度电磁力的模型

如图 2 所示, 电磁作动器线圈呈对称结构, 为简化实验操作, 又不失一般性, 只将电磁作动器下线圈通电, 其他线圈电流为零。当下线圈通电流时, 电磁作动器产生合力方向向下的电磁力, 因此偏心发生在  $Y$  轴方向, 偏心距即为转子  $Y$  向位移, 偏心角为  $270^\circ$ 。由式(15), (17) ~ (18), (20) 得

$$f_Y(i_y, y) = f_9 \cos\beta + f_{10} + f_{11} \cos\beta = K \cdot \left( \frac{i_y^2 N_9^2 \Delta\theta_9 \cos\beta}{(g_0 - A_9 y)^2} + \frac{i_y^2 N_{10}^2 \Delta\theta_{10}}{(g_0 - A_{10} y)^2} + \frac{i_y^2 N_{11}^2 \Delta\theta_{11} \cos\beta}{(g_0 - A_{11} y)^2} \right) \quad (21)$$

式(21)中,  $i_y$  为下线圈电流,  $y$  为作动器转子在  $Y$  向的位移。由式(14) ~ (15) 知, 参数  $A_9 \sim A_{11}$  是未知的, 为便于该模型参数的识别, 将式(21)在  $(0, 0)$  点进行泰勒展开, 整理得

$$f_Y(i_y, y) = a_0 i_y^2 - a_1 i_y^2 y + a_2 i_y^2 y^2 - a^3 i_y^2 y^3 \quad (22)$$

$$a_0 = \frac{KN^2}{g_0^2} (2\gamma_2 \cos\beta + \gamma_1) \quad (23)$$

$$a_1 = \frac{2KN^2}{g_0^3} (A_9 \gamma_2 \cos\beta + A_{10} \gamma_1 + A_{11} \gamma_2 \cos\beta) \quad (24)$$

$$a_2 = \frac{3KN^2}{g_0^4} (A_9^2 \gamma_2 \cos\beta + A_{10}^2 \gamma_1 + A_{11}^2 \gamma_2 \cos\beta) \quad (25)$$

$$a_3 = \frac{4KN^2}{g_0^5} (A_9^3 \gamma_2 \cos\beta + A_{10}^3 \gamma_1 + A_{11}^3 \gamma_2 \cos\beta) \quad (26)$$

式(22) ~ (26) 中,  $a_0 \sim a_3$  为待估计参数,  $\gamma_1, \gamma_2$  为磁极张角。

若不考虑因线圈电流与气隙的耦合而产生的转子偏心影响, 则相应电磁力模型为

$$f(i_y, y) = \frac{\mu_0}{4} \left( \frac{i_y^2 N_9^2 S_9 \cos\beta}{(g_0 - y)^2} + \frac{i_y^2 N_{10}^2 S_{10}}{(g_0 - y)^2} + \frac{i_y^2 N_{11}^2 S_{11} \cos\beta}{(g_0 - y)^2} \right) \quad (27)$$

式(27)中  $S_9 \sim S_{11}$  分别为 9 ~ 11 号磁极面积。为便于叙述, 称式(21) ~ (26) 为电磁力的偏心模型, 式(27)为电磁力的理想模型。

## 1.3 基于最小二乘的参数识别

由式(22)可知, 离散型线性观测方程为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{V} \quad (28)$$

式(28)中

$$\mathbf{Y} = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_M]^T \quad (29)$$

$$\mathbf{H} = [H_1 \quad H_2 \quad \dots \quad H_M]^T =$$

$$\begin{bmatrix} i_1^2 & -i_1^2 y_1 & i_1^2 y_1^2 & -i_1^2 y_1^3 \\ i_2^2 & -i_2^2 y_2 & i_2^2 y_2^2 & -i_2^2 y_2^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ i_M^2 & -i_M^2 y_M & i_M^2 y_M^2 & -i_M^2 y_M^3 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3]^T \quad (31)$$

$$\mathbf{V} = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_M]^T \quad (32)$$

$\mathbf{Y}$  为观测矢量,  $f_n$  为第  $n$  次的电磁力观测值;  $\mathbf{H}$  为观测矩阵,  $i_n$  和  $y_n$  分别为第  $n$  次的电流和位移观测值;  $\boldsymbol{\theta}$  为待估计参数矢量;  $\mathbf{V}$  为测量噪声矢量;  $M$  为观测次数, 则最小二乘估计方程为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\mathbf{H}^T \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y} \quad (33)$$

## 2 实验结果与讨论

### 2.1 实验装置

如图 3 所示, 电磁作动器电磁力模型的参数识别装置主要由以下部分组成: 主轴及电磁作动器转子, 电磁作动器定子, 支承装置, 测力传感器和电涡流位移传感器, 控制系统。主轴外径为 50 mm, 材料为 40Cr。作动器定子由 12 个磁极组成, 采用 NSSN

结构,如图 2 所示。其他参数见表 1,装置实物如图 4 所示。

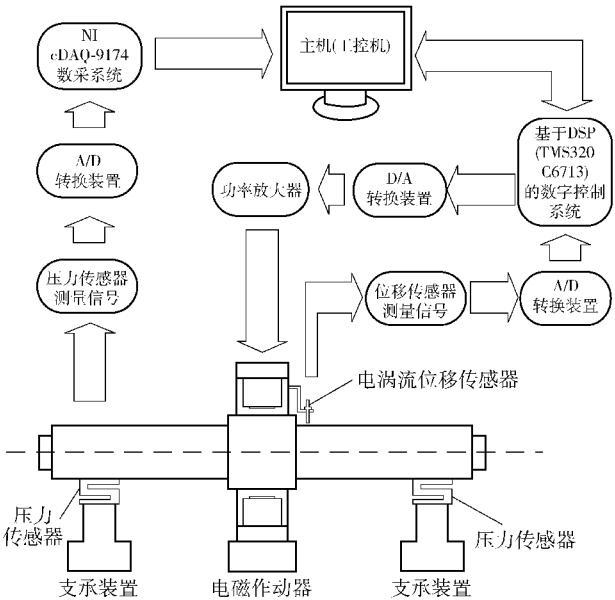


图 3 实验装置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the experimental system

表 1 电磁作动器结构参数

Table 1 Values of the parameters of the active magnetic exciter used in the experiments

参数名称	参数值
定子内径 $D$	126.2 mm
转子外径 $d$	125 mm
均匀气隙 $g_0$	0.6 mm
磁极线圈匝数 $N_1$	175
定子宽度 $L$	60 mm
大磁极张角 $\gamma_1$	22.85°
小磁极张角 $\gamma_2$	11.37°
大磁极间张角 $\sigma_1$	15.89°
小磁极间张角 $\sigma_2$	12.63°
磁极偏角 $\beta$	33°

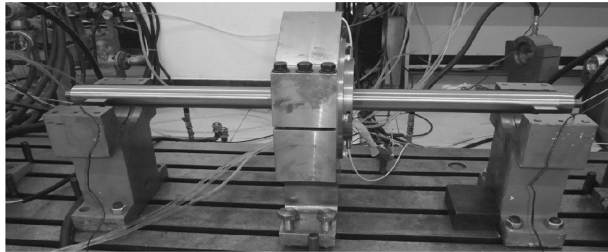


图 4 实验装置实物图

Fig. 4 Photograph of the experimental setup

电涡流位移传感器安装在电磁作动器定子上。安装位置尽量接近转子,以便更准确测量转子轴心位移。在支承装置中安装了测力传感器,用于测量

电磁作动器产生的电磁力。

2.2 实验结果分析

如图 4,转子与定子间初始气隙可调,试验中设置多组不同初始气隙值,分别对作动器下线圈通入不同电流值。通过力传感器和电涡流传感器测得转子  $Y$  方向所受电磁力值和转子位移值。所得实验数据,通过式 (33) 估计出参数  $a_0 \sim a_3$  的值,如表 2 所示。

表 2 模型参数的识别值

Table 2 Estimated values of the model parameters

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
23.173	56.279	55.327	732.709

将实测电磁力值、偏心模型曲线和理想模型曲线比较,如图 5 所示。分别计算理想模型与偏心模型预测值和实际测量值的误差,并绘制误差柱状图,如图 6 所示。从图 5~6 可看出,在较大电流和位移时,偏心模型的预测效果好于理想模型,在较小电流和位移时,二者的预测效果相当;理想模型在初始气隙小于 0.54 mm 时,预测值较实际值偏大,初始气隙大于 0.58 mm 时,预测值较实际值又偏小,预测稳定性较差;而偏心模型的预测在较大气隙值范围内均比较准确,稳定性好,适应性更广。实验中,采用的测力传感器量程为 200 N,灵敏度为 0.5%,因此测量误差对实验结果影响较小。该实验足以表明,偏心模型较之理想模型更能反映电磁作动器电磁力的力学特性。

3 结论

本文通过理论分析和实验的方法研究了 12 磁极电磁作动器的力学特性。基于磁路分析理论,采用积分法,建立了基于转子振动位移的电磁作动器电磁力的计算模型,设计了电磁作动器电磁力实验装置,将该模型与理想模型进行了实验对比研究。研究表明,基于转子振动位移的电磁力模型较之理想模型更能反映实际电磁力的力学特性。

参考文献:

[1] Schweitzer G, Traxler A, Blealetr H. Magnetlager[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.

[2] Wang W M, Gao J J, Huang L Q, et al. Experimental investigation on vibration control of rotor-bearing system with active magnetic exciter[J]. Chinese Journal of Me-

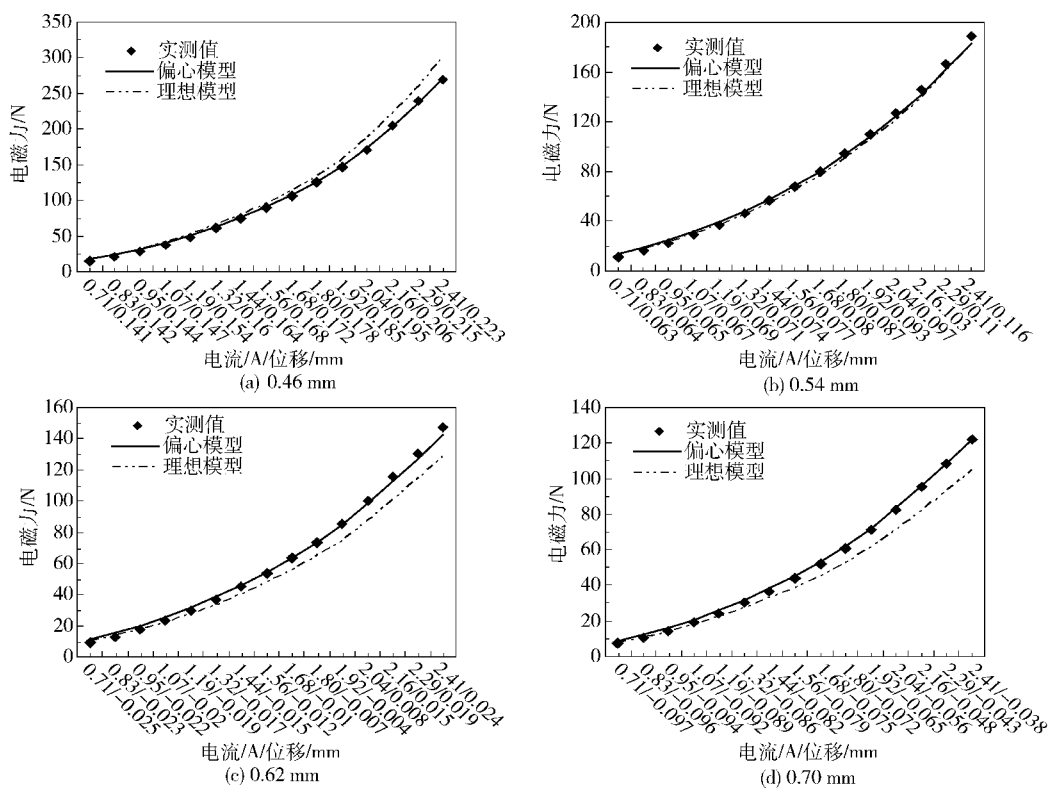


图5 电磁力实测值与模型曲线比较

Fig. 5 Comparison between estimated and measured values of electromagnetic magnetic force

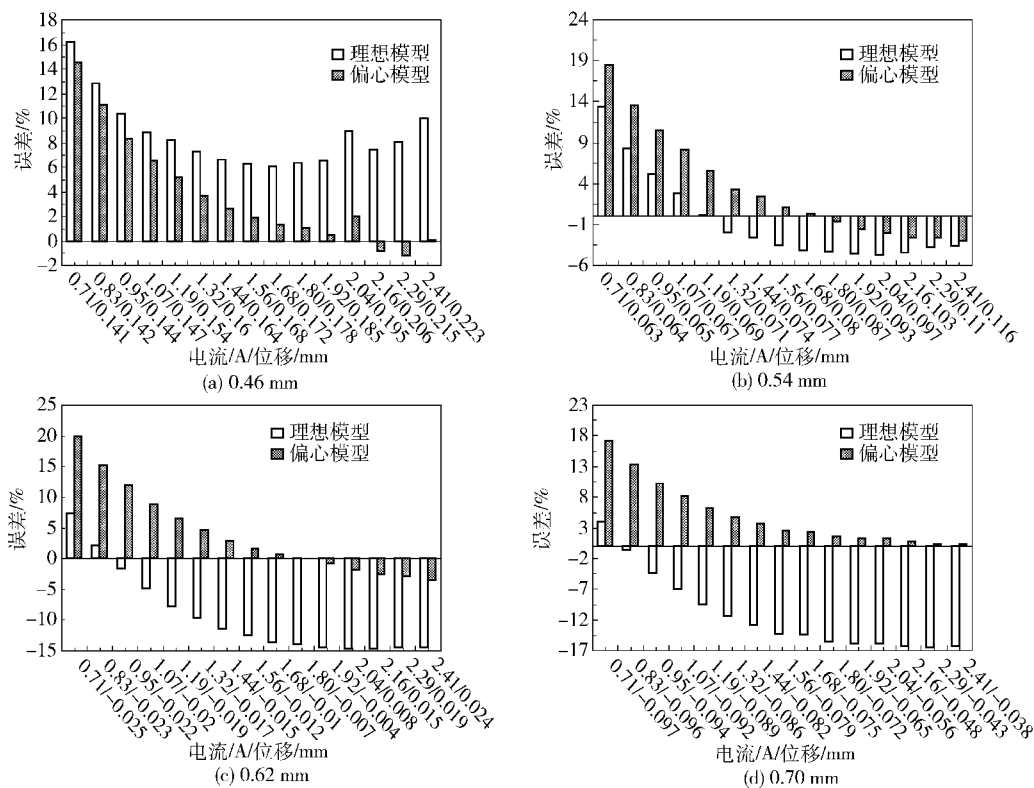


图6 电磁力理想模型与偏心模型预测误差比较

Fig. 6 Comparison between the ideal model and the eccentric model for prediction of the error in the electromagnetic force



- chanical Engineering, 2011, 24(6): 1013–1021.
- [3] Knopf E, Nordmann R. Active magnetic bearing for the identification of dynamic characteristics of fluid bearings-calibration results[C]//Sixth International Symposium on Magnetic Bearings, Cambridge MA, 1998: 52–61.
- [4] Aenis M, Nordmann R. Active magnetic bearings for fault detection in a centrifugal pump[C]//7th International Symposium on Magnetic Bearings, Zurich Switzerland, 2000: 23–25.
- [5] Marshall J T, Kasarda M E F, Imlach J. A multipoint measurement technique for the enhancement of force measurement with active magnetic bearings[J]. Transaction of the ASME, 2003, 125: 90–94.
- [6] Prins R J. System identification and calibration techniques for force measurement in active magnetic bearings[D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2005.
- [7] Kasarda M E, Marshall J, Prins R. Active magnetic bearing based force measurement using the multi-point technique[J]. Mechanics Research Communications, 2007, 34: 44–53.
- [8] Zutavern Z S. Fiber optic strain gauge calibration and dynamic flexibility transfer function identification in magnetic bearings[D]. Texas: Texas A&M University, 2004.
- [9] Zutavern Z S, Childs D W. Identification of rotordynamic forces in a flexible rotor system using magnetic bearings[J]. Journal Engineering for Gas Turbines and Power, 2008, 130: 022504.
- [10] Cloud C H. Stability of rotors supported by tilting pad journal bearings[D]. Virginia: University of Virginia, 2007.
- [11] Chang S C, Tung P C. Identification of a non-linear electromagnetic system: an experimental study[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(5): 853–871.
- [12] Alasty A, Shabani R. Nonlinear parametric identification of magnetic bearings[J]. Mechatronics, 2006, 16: 451–459.
- [13] 胡业发, 周祖德, 王晓光, 等. 磁力轴承转子系统的力耦合和力矩耦合分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(12): 25–28.
- Hu Y F, Zhou Z D, Wang X G, et al. Analysis of coupling in rotor system suspended by active magnetic bearings[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(12): 25–28. (in Chinese)

## Characteristic analysis of electromagnetic force and experimental measurements for a rotor–bearing system

YAO JianFei WANG WeiMin YANG JiaLi ZHANG Ya

(Diagnosis and Self-Recovery Engineering Research Center, College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

**Abstract:** This paper is concerned with the characteristic analysis of electromagnetic force based on a theoretical and experimental study of a rotor–bearings system. An active magnetic bearing is used as the active magnetic exciter in the system. A new electromagnetic force model based on rotor vibration displacement is proposed using magnetic circuit theory and the integration method, and the parameters of the proposed model for the experimental rotor-bearing system are obtained using the least-squares algorithm. The results of the experiments indicate that the proposed model is superior to the ideal model for predicting the mechanical characteristics.

**Key words:** active magnetic exciter; electromagnetic force; rotor–bearings system; least-squares algorithm