

激光谐振腔光场及远场分布的数值模拟系统

李 源 战可涛*

(北京化工大学 理学院, 北京 100029)

摘 要: 利用数值迭代法和有限元法,对激光圆形镜球面谐振腔的光场分布及远场光束进行数值求解。采用 Matlab 编写了具备图形化用户界面(GUI)的功能全面的激光谐振腔模拟系统,系统可以选择和设置谐振腔类型及谐振腔参数等。系统运行后给出谐振腔内光场达到稳定状态时的渡越次数、腔镜上光场振幅和相位分布以及远场光强分布的三维图像。对输出镜反射率均匀分布以及输出镜反射率沿径向逐渐降低的激光谐振腔模式及远场光强分布进行模拟并做了对比分析,结果表明,输出镜反射率变化的激光谐振腔模式形成较快,远场光强分布更集中。

关键词: 激光谐振腔; 模式; 数值模拟; Matlab

中图分类号: TN241

引 言

激光谐振腔是激光系统的核心部件,其结构与尺寸很大程度上决定了输出功率和光束的强度分布。激光谐振腔的数值模拟在激光谐振腔设计、光束质量控制、输出光束整形和激光应用等方面扮演着非常重要的角色^[1]。很多新型的谐振腔如环形凹面镜激光谐振腔^[2],圆锥环状镜谐振腔^[3]和腔内共振光栅镜谐振腔^[4]等都被开发用以改善光束质量,但都因为谐振腔结构过于复杂而难于实现工业应用。

在 Matlab 环境下编写具有图形化用户界面(GUI)的激光谐振腔模拟系统,通过对激光谐振腔模式及远场光场分布进行模拟,分析研究不同腔型中输出镜反射率变化对谐振腔的光强、相位以及远场分布的影响,对激光谐振腔的设计以及激光应用具有实际意义。

到目前为止激光谐振腔数值计算通常假设腔镜的反射率为 100%^[5],而实际上输出镜(VRM or GRM)是有透射率的^[6],因此得到的结果并不符合实际情况。本文采用迭代法^[7]模拟激光在谐振腔中的渡越过程,引入腔镜反射率分布函数,采用有限元法计算每次渡越之后在反射镜和输出镜上的光场

分布,并且在 Matlab 环境下编写了具备图形化用户界面(GUI)的激光谐振腔模拟系统。以输出镜反射率均匀分布和径向线性渐变圆形镜球面腔为例进行模拟,并对结果进行了分析。

1 圆形镜球面腔的衍射积分方程

图 1 为圆形镜球面激光谐振腔的结构示意图, M_1 为反射镜,曲率半径为 R_1 ,镜边缘到腔轴的距离为 a_1 ,镜面对光的反射率均匀不变,设为 f_1 ; M_2 为谐振腔的输出镜,曲率半径为 R_2 ,镜面上的光反射率沿半径方向变化,设反射率分布函数为 $f_2(x_2, y_2)$,镜边缘到腔轴的距离为 a_2 ;谐振腔腔长为 L 。

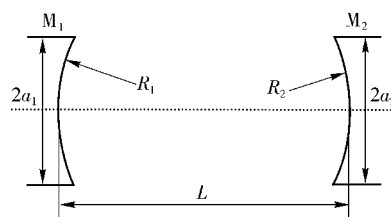


图 1 圆形镜球面腔的结构示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the spherical resonator of the circular mirror

假设某一初始时刻,在激光谐振腔反射镜 M_1 上具有一初始光场 $U_1(x_1, y_1)$ 。利用菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式,可以求出该初始光场传播到谐振腔输出镜 M_2 上的光场 $U_2(x_2, y_2)$ ^[8]

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{ikf_1}{4\pi} \iint_{M_1} U_1(x_1, y_1) \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} (1 + \cos\theta_1) ds_1 \quad (1)$$

收稿日期: 2011-06-07

第一作者: 男, 1988 年生, 硕士生

* 通讯联系人

E-mail: zhankt@mail.buct.edu.cn

同理,反射镜 M_1 上的光场分布

$$U_1(x_1, y_1) = \frac{ik}{4\pi} \iint_{M_2} f_2(x_2, y_2) U_2(x_2, y_2) \frac{\exp(-ik\rho)}{\rho} (1 + \cos\theta_2) ds_2 \quad (2)$$

其中, λ 为激光波长, $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢, ds_1 为镜面 M_1 的面元, ds_2 为镜面 M_2 的面元, $\rho(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 为反射镜 M_1 上的点 (x_1, y_1) 和输出镜 M_2 上的点 (x_2, y_2) 之间连线的长度, θ 为镜面上的点 (x, y) 处法线与上述连线的夹角。

在 $R \gg a, L \gg a$ 条件下, $\frac{(1 + \cos\theta)}{\rho} \approx \frac{2}{L}$, 故(1)

式和(2)式分别可化为

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{if_1}{\lambda L} \iint_{M_1} U_1(x_1, y_1) \exp(-ik\rho) ds_1 \quad (3)$$

$$U_1(x_1, y_1) = \frac{i}{\lambda L} \iint_{M_2} f_2(x_2, y_2) U_2(x_2, y_2) \exp(-ik\rho) ds_2 \quad (4)$$

对于圆形镜球面腔, $\rho(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 可以近似表达成^[9]

$$\rho(x_1, y_1, x_2, y_2) \approx L + \frac{1}{2L} \left[g_1(x_1^2 + y_1^2) + g_2(x_2^2 + y_2^2) - 2(x_1x_2 + y_1y_2) \right]$$

其中 $g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}, g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$ 。考虑 $ds_1 \approx dx_1 dy_1$, 将(3)式和(4)式化为

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{if_1}{\lambda L} \exp(-ikL) \iint_{x_1 y_1} U_1(x_1, y_1) \exp \left\{ -\frac{ik}{2L} [g_1(x_1^2 + y_1^2) + g_2(x_2^2 + y_2^2) - 2(x_1x_2 + y_1y_2)] \right\} dx_1 dy_1 \quad (5)$$

$$U_1(x_1, y_1) = \frac{i}{\lambda L} \exp(-ikL) \iint_{x_2 y_2} f_2(x_2, y_2) U_2(x_2, y_2) \exp \left\{ -\frac{ik}{2L} [g_1(x_1^2 + y_1^2) + g_2(x_2^2 + y_2^2) - 2(x_1x_2 + y_1y_2)] \right\} dx_2 dy_2 \quad (6)$$

采用极坐标, 令 $x_1 = r_1 \cos\theta_1, y_1 = r_1 \sin\theta_1, x_2 = r_2 \cos\theta_2, y_2 = r_2 \sin\theta_2, dx_1 dy_1 = r_1 dr_1 d\theta_1, dx_2 dy_2 = r_2 dr_2 d\theta_2$ 。另外, 输出镜反射率为径向变化, 与 θ 无关, 所以 $f_2(x_2, y_2) = f_2(r_2)$, 即有

$$U_2(r_2, \theta_2) = \frac{if_1}{\lambda L} \exp(-ikL) \iint_{r_1 \theta_1} U_1(r_1, \theta_1) \exp \left\{ -\frac{ik}{2L} [g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)] \right\} r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (7)$$

$$U_1(r_1, \theta_1) = \frac{i}{\lambda L} \exp(-ikL) \iint_{r_2 \theta_2} f_2(r_2) U_2(r_2, \theta_2) \exp \left\{ -\frac{ik}{2L} [g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)] \right\} r_2 dr_2 d\theta_2 \quad (8)$$

对圆形镜球面腔极坐标系的积分, 可以采用特殊贝塞尔函数进行分离变量^[10], 将与角度有关的积分变量用贝塞尔函数进行处理, 将二维积分方程化简为只与半径有关的一维积分方程, 过程如下。

先将光场 $U(r, \theta)$ 沿 r 和 θ 方向分解

$$U_1(r_1, \theta_1) = S_{1,n}(r_1) \exp(-im\theta_1) \quad (9)$$

$$U_2(r_2, \theta_2) = S_{2,n}(r_2) \exp(-im\theta_2) \quad (10)$$

其中, $S_{1,n}(r_1), \exp(-im\theta_1)$ 分别表示反射镜 M_1 上光场沿着径向 r 和角向 θ 的分布, 输出镜 M_2 同理。将(9)、(10)两式带入(7)式和(8)式得到

$$S_{2,n}(r_2) \exp(-im\theta_2) = \frac{if_1}{\lambda L} \exp(-ikL) \iint_{r_1 \theta_1} S_{1,n}(r_1) \exp(-im\theta_1) \exp \left[ik \frac{r_1 r_2}{L} \cos(\theta_1 - \theta_2) \right] \exp \left[-\frac{ik}{2L} (g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2) \right] r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (11)$$

$$S_{1,n}(r_1) \exp(-im\theta_1) = \frac{i}{\lambda L} \exp(-ikL) \iint_{r_2 \theta_2} f_2(r_2) S_{2,n}(r_2) \exp(-im\theta_2) \exp \left[ik \frac{r_1 r_2}{L} \cos(\theta_1 - \theta_2) \right] \exp \left[-\frac{ik}{2L} (g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2) \right] r_2 dr_2 d\theta_2 \quad (12)$$

贝塞尔函数的积分表达式为^[7]

$$\exp \left[im \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2 \right) \right] J_n \left(k \frac{r_1 r_2}{L} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left[ik \frac{r_1 r_2}{L} \cos(\theta_1 - \theta_2) - in\theta_1 \right] d\theta_1 \quad (13)$$

将(13)式代入(11)式和(12)式可得

$$S_{2,n}(r_2) = \frac{2\pi i^{n+1}}{\lambda L} f_1 \exp(-ikL) \int_0^{r_1} S_{1,n}(r_1) \exp \left[-\frac{ik}{2L} (g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2) \right] r_1 J_n \left(k \frac{r_1 r_2}{L} \right) dr_1 \quad (14)$$

$$S_{1,n}(r_1) = \frac{2\pi i^{n+1}}{\lambda L} \exp(-ikL) \int_0^{r_2} f_2(r_2) S_{2,n}(r_2) \exp \left[-\frac{ik}{2L} (g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2) \right] r_2 dr_2$$

$$\exp \left[-\frac{ik}{2L}(g_1 r_1^2 + g_2 r_2^2) \right] r_2 J_n \left(k \frac{r_1 r_2}{L} \right) dr_2 \quad (15)$$

至此,圆形镜球面腔的衍射积分方程已化为仅与半径有关的一维积分方程,这与圆形镜上光场分布呈中心对称这一事实相符合。(14)式为光场从反射镜 M_1 向输出镜 M_2 传播的一维积分迭代方程,(15)式为光场从输出镜 M_2 向反射镜 M_1 传播的一维积分迭代方程。

2 圆形镜球面腔衍射积分方程的有限元形式

由于圆形腔镜上的光场分布仅沿半径方向变化,故采用有限元法,对腔镜垂直于轴向的半径 a_1 和 a_2 进行有限元划分。

将腔镜 M_1 的半径 a_1 分割为 M 等份,将腔镜 M_2 的半径 a_2 分割为 P 等份,得到

$$S_{2,n}(p) = \frac{2\pi i^{n+1}}{\lambda L} f_1 \exp(-ikL) \sum_{m=1}^M \left\{ S_{1,n}(m) \exp \left[-\frac{ik}{2L} \left(g_1 \frac{m^2 a_1^2}{M^2} + g_2 \frac{p^2 a_2^2}{P^2} \right) \right] \frac{ma_1}{M} J_n \left(k \frac{ma_1 pa_2}{MPL} \right) \frac{a_1}{M} \right\} \quad (16)$$

$$S_{1,n}(m) = \frac{2\pi i^{n+1}}{\lambda L} \exp(-ikL) \sum_{p=1}^P \left\{ f_2(p) S_{2,n}(p) \exp \left[-\frac{ik}{2L} \left(g_1 \frac{m^2 a_1^2}{M^2} + g_2 \frac{p^2 a_2^2}{P^2} \right) \right] \frac{pa_2}{P} J_n \left(k \frac{ma_1 pa_2}{MPL} \right) \frac{a_2}{P} \right\} \quad (17)$$

(16)式为光场从反射镜 M_1 向输出镜 M_2 传播的有限元迭代方程,(17)式为光场从输出镜 M_2 向反射镜 M_1 传播的有限元迭代方程。其中 n 指贝塞尔函数的阶数。

3 基于 Matlab 的计算机模拟

3.1 数值模拟系统的建立

通过圆形镜球面腔的迭代公式(16)式和(17)式,可迭代算出任意谐振腔参数和渡越次数下的镜面的光场分布。假设初始光场分布在反射镜 M_1 上,则激光在反射镜 M_1 和输出镜 M_2 之间来回渡越,奇数次为光场从反射镜 M_1 向输出镜 M_2 渡越,偶数次为光场从输出镜 M_2 向反射镜 M_1 渡越。

以(16)式和(17)式为基础,利用 Matlab 强大的计算和绘图功能,在每次渡越后对经过有限元划分的镜面半径上各点的光场分布进行逐点计算,求得

每个点的振幅和相位,将其旋转 360° 绘制出三维的振幅、相位分布图和远场光强分布图, z 方向高度表示值的大小。

为了使计算模拟直观、方便,本模拟系统制作了简洁友好的 GUI 界面,如图 2,激光器波长,谐振腔类型,腔长,腔镜尺寸,腔镜曲率半径,渡越次数,远场距离等参数都可以在界面中进行设置和选择。

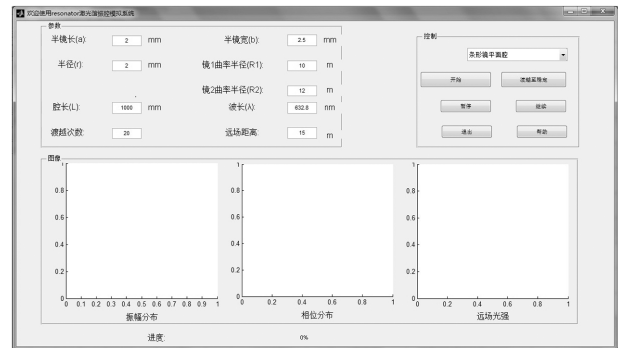


图 2 图形化用户界面(GUI)

Fig. 2 Graphical user interface

本模拟系统主要功能有二:(1)在使用者指定的渡越次数下,对设置好腔型,镜面半径,曲率半径,腔长,激光波长等参数的激光谐振腔进行模拟,绘制出该渡越次数下的三维的振幅、相位分布图和远场光强分布图;(2)在设定好谐振腔参数的情况下,计算初始光场在该谐振腔中渡越多少次才能达到稳定,形成自再现模,计算出的次数以弹出提示框的形式反馈给使用者。稳定与否的判据作如下选取:取输出镜 M_2 上连续两次光场分布的振幅,归一化处理后,对应相减再取绝对值,对所有差的绝对值进行求和,若求和小于 0.001 即认为腔内光场达到稳定,形成自在再现模,故判断稳定的精度高于 0.1%。以下的模拟结果,均以 $L = 1$ m, $\lambda = 632.8$ nm,反射镜 M_1 的半径 a_1 分割为 $M = 100$ 等份,输出镜 M_2 的半径 a_2 分割为 $P = 100$ 等份, $f_1 = 100\%$, f_2 随半径而变化的 He-Ne 激光器为例。

3.2 输出镜反射率均匀不变的圆形镜平凹腔模拟

选取参数: $a_1 = a_2 = 2$ mm,反射镜 M_1 曲率半径 $R_1 = 10$ m,反射率为 $f_1 = 100\%$ 均匀不变;输出镜 M_2 曲率半径 $R_2 = \infty$,反射率 $f_2 = 98\%$,远场距离为 15 m 时的圆形镜平凹腔的模拟结果如图 3。由提示框反馈,谐振腔中激光渡越 8467 次模式达到稳定,稳定时输出镜镜面的振幅、相位分布及输出镜外 15 m 处的远场振幅分布亦显示在图 3 中。可以看出输出

镜中心的光强很强,远场光强分布平坦。

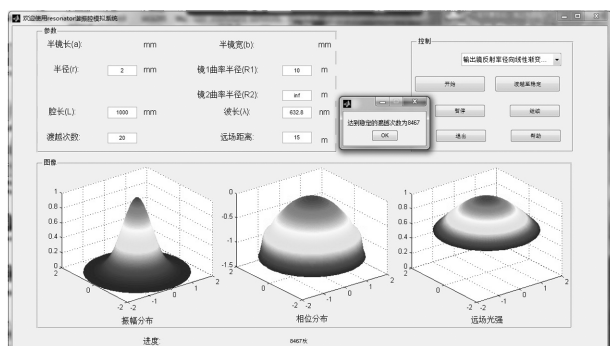


图 3 输出镜反射率均匀不变模拟结果

Fig. 3 Simulation results with constant reflectivity on the output mirror

3.3 输出镜反射率径向线性渐变的圆形镜平凹腔模拟

图 4 显示的是在 $a_1 = a_2 = 2 \text{ mm}$, 反射镜 M_1 曲率半径 $R_1 = 10 \text{ m}$, 反射率为 $f_1 = 100\%$ 均匀不变; 输出镜曲率半径 $R_2 = \infty$, 反射率沿半径方向变化规律为 $f_2 = 1 - r_2/a_2$, 远场距离为 15 m 时, 对输出镜反射率径向线性渐变的圆形镜平凹腔的模拟结果。由提示框反馈, 该参数下腔中激光渡越 63 次时模式达到稳定, 稳定时输出镜镜面的振幅、相位分布及输出镜外 15 m 处的远场振幅分布亦显示在图 4 中。可以看出输出镜中心的光强也很强, 远场光强分布较为集中。

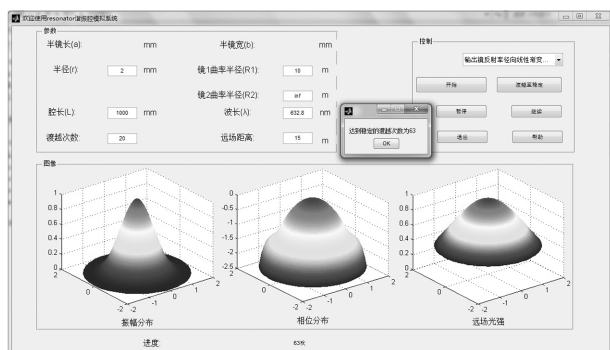


图 4 输出镜反射率径向线性渐变模拟结果

Fig. 4 Simulation results with linear gradient reflectivity on the output mirror

从提示框反馈的稳定渡越次数得知, 输出镜 M_2 反射率均匀不变的圆形镜平凹腔, 初始光场在其中渡越 8467 次才形成稳定的自再现模。而输出镜 M_2 反射率径向线性渐变的圆形镜平凹腔, 初始光场在其中渡越 63 次即可达到稳定。说明输出镜 M_2 反射率径向线性渐变的激光谐振腔明显更容易形成稳定

的自再现模。

从模拟结果中远场光强的分布图对比可以看出, 输出镜 M_2 反射率径向线性渐变的圆形镜平凹腔的远场光斑边缘最弱处相对强度为 0.2 左右, 而输出镜反射率均匀不变的圆形镜平凹腔的远场光斑边缘最弱处相对强度为 0.5 左右。说明输出镜 M_2 反射率径向线性渐变的激光谐振腔, 其远场强度分布更加集中。

4 结论

(1) 利用有限元法和数值迭代法, 对激光圆形镜球面谐振腔的光场及远场光强分布进行了数值模拟。编写了基于 Matlab 的激光谐振腔 GUI 界面模拟系统, 输入谐振腔相关参数运行后可给出输出镜 M_2 上振幅、相位以及远场光强分布的三维图像, 其结果可以为激光谐振腔的设计提供参考。

(2) 激光圆形镜球面谐振腔的光场经过一定次数的渡越趋于稳定, 形成自再现模式; 输出镜 M_2 反射率渐变的谐振腔中的光场比输出镜 M_2 反射率不变的谐振腔中的光场以较快的速度趋于稳定, 而且远场光强分布更集中, 发散角更小。

参考文献:

- [1] Siegman A E. New developments in laser resonators[C]// Proc. SPIE, Vol 1224: Optical Resonators, 2-14. Los Angeles, CA, USA, 1990-01-16.
- [2] Qin Y X, Xiao Y, Li G, et al. Numerical simulation of a laser resonator with an in-phase doughnut-like output beam[J]. Journal of Modern Optics, 2009, 56(16): 1804-1811.
- [3] Endo M. Feasibility study of a conical-toroidal mirror resonator for solar-pumped thin-disk lasers[J]. Optics Express, 2007, 15: 5482-5493.
- [4] Ahmed M A, Schulz J, Voss A, et al. Radially polarized 3 kW beam from a CO₂ laser with an intracavity resonant grating mirror[J]. Optics Letters, 2007, 32: 1824-1826.
- [5] 徐银新. 激光谐振腔模式研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.
- [6] Xu Y X. Study on the mode of laser resonator[D]. Xi'an: Xidian University, 2010. (in Chinese)
- [7] 高晓丹, 张晓晖. 具有梯度反射率特性的激光谐振腔输出镜设计[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(3): 336-340.
- [8] Gao X D, Zhang X H. Design of the output mirror in la-

- ser resonator with graded reflectivity profile[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35(3): 336–340. (in Chinese)
- [7] Fox A G, Li T Y. Resonator modes in a maser interferometer[J]. *The Bell System Technical Journal*, 1961, 40: 453–488.
- [8] 凌东雄. 圆形镜共焦腔模式分布的有限元数值计算[J]. *应用激光*, 1999, 19(2): 69–72.
- Ling D X. Numerical calculation of field distribution of confocal spherical resonator by the finite element method[J]. *Applied Laser*, 1999, 19(2): 69–72. (in Chinese)
- [9] 周炳琨, 高以智, 陈倜嵘, 等. 激光原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 45–46.
- Zhou B K, Gao Y Z, Chen T R, et al. *Laser principle* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2004: 45–46. (in Chinese)
- [10] 秦应雄, 唐霞辉, 钟如涛, 等. 基于传输矩阵的激光谐振腔模式计算[J]. *中国激光*, 2008, 35(10): 1463–1468.
- Qin Y X, Tang X H, Zhong R T, et al. Study on mode calculation of transmission matrix for laser resonator[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, 35(10): 1463–1468. (in Chinese)

Numerical simulation system of the optical field and the far field distribution of a laser resonator

LI Yuan ZHAN KeTao

(School of Science, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: The optical field distributions in a spherical laser resonator and its far field beam have been numerically studied by means of the numerical iterative method and the finite element method. A full-featured simulation system with a graphical user interface (GUI) in Matlab is presented for some typical laser resonators, and when the type and parameters of resonators are chosen in this system, the iteration times for the optical field to become stable, and 3-D images of the amplitude, the phase distribution of the optical field on the output mirror and its far field intensity distribution can be obtained. A comparison of the modes and the far field intensity distributions for two spherical laser resonators with constant reflectivity and linear gradient reflectivity on the output mirror has been made in the simulation system, and the results show: the modes in the spherical laser resonator with linear gradient reflectivity on the output mirror are formed faster, and the far field light intensity distribution is more concentrated.

Key words: laser resonator; mode; numerical simulation; Matlab