

上海证券交易所 A 股市场的波动性分析

江 珊 王斯聪 杨永愉*
(北京化工大学 理学院, 北京 100029)

摘 要: 运用主要的三种条件异方差模型: ARCH、GARCH、EGARCH 模型, 对上海证券交易所 A 股指数的波动性进行拟合, 分析模型对上证 A 股指数收益的波动性、杠杆效应的拟合情况, 比较不同模型对未来波动性的预测情况。实证分析结果表明: EGARCH 模型比较适合对我国股票市场波动性作长期预测, 若假设收益序列服从 t 分布, 由此改进的 EGARCH-T 模型会得到比正态分布下更好的拟合与预测效果。

关键词: 波动性; ARCH 模型; GARCH 模型; EGARCH 模型

中图分类号: N32; F224.7

引 言

本文的目的是运用 ARCH、GARCH、EGARCH 三种模型描述上海证券交易所 A 股市场的整体波动性。引入三种不同的误差表达式, 评价三种模型在描述和预测上海证券交易所 A 股市场的波动性方面的优良性, 最终确定能较好地描述和预测上证 A 股市场波动性的条件异方差模型, 为股票市场的风险度量与预测提供定量描述的工具。

1 数学框架

在金融经济学中, 常用回报来反映价格行为^[1], 本文使用对数回报。

回报序列 $\{r_t\}$ 的 ARCH(p) 模型表示如下^[2]

$$r_t = \mu + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = z_t \varepsilon_t$$

$$z_t \text{ i. i. d. }, E(z_t) = 0, \text{Var}(z_t) = 1 \quad (2)$$

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 \quad (3)$$

其中 $\omega > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p \geq 0$

式(1)(2)(3)组成了回报序列 $\{r_t\}$ 的 ARCH 模型。其中(1)式是 ARCH 模型的均值方程, 它是无条件均值 μ 和扰动项 ε_t 的函数。(2)式中, z_t 是一个均值为 0, 标准差为 1 的白噪声过程。式(3)就是具有 p 期记忆的 ARCH(p) 的条件方差表达式, 它假定 t

期的条件方差是此前各期扰动项平方的线性函数。为了保证条件方差 ε_t^2 总大于零, (3)式中对系数的非负约束不可缺少。

将式(3)作适当的修改

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (4)$$

其中 $\omega > 0, \alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q \geq 0$

则(1)、(2)式和上述的(4)式构成了 GARCH(p, q) 模型。

为了消除 ARCH 和 GARCH 模型中对参数非负的限制以及更好的描述杠杆效应, Nelson 提出的 EGARCH(p, q) 模型将条件方差方程作

$$\ln \varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^q \left[\frac{|z_{t-j}|}{\varepsilon_{t-j}} - E \left[\frac{|z_{t-j}|}{\varepsilon_{t-j}} \right] \right] + \sum_{j=1}^q \left(\frac{z_{t-j}}{\varepsilon_{t-j}} \right) + \sum_{i=1}^p \ln \varepsilon_{t-i}^2 \quad (5)$$

其中, $z_t = \varepsilon_t / \varepsilon_t$, 它服从标准正态分布, $\omega, \alpha_i, \beta_j \geq 0$ 均为参数。 $g(z_t) = z_t + |z_t| - E|z_t|$ 为非对称的响应函数, 用于刻画金融市场中常见的“杠杆效应”。

2 波动性实证分析

本文所使用的数据是上海证券交易所 A 股指数, 时间跨度为 1997 年 1 月至 2005 年 6 月期间每日的收盘值, 设 r_t 为日对数收益率。数据来源于《大智慧证券信息平台》。

收稿日期: 2006-01-10

第一作者: 女, 1982 年生, 硕士生

*通讯联系人

E-mail: yangyongyu@sohu.com

为了对三种模型进行比较,将整个样本分成估计样本与评价样本两部分。估计样本(从 1997 年 1 月到 2004 年 12 月)用于对模型的参数估计,而评价样本(从 2005 年 1 月到 2005 年 6 月)用来对模型的预测能力作出评价。

本文采用的研究方法:(1)数据的统计描述与相关性检验;(2)利用 1997 年 1 月至 2004 年 12 月的观察值作为估计样本,分别估计 ARCH、GARCH、EGARCH 的模型参数;(3)对 2005 年波动性进行预测;(4)计算 2005 年的实际波动率,以均方误差,对数误差和对数平方误差作为误差描述,对三种模型的优良性进行讨论。本文使用 Eviews 3.1 与 MATLAB 7.0 软件对数据进行处理与分析。

2.1 统计描述与相关性检验

上证 A 股指数统计描述与相关性检验结果如表 1 所示。

表 1 上证 A 股指数日对数收益率 r_t 的统计描述

Table 1 Summary statistics for daily log returns	
日对数收益率 r_t	
观测数	1926
均值	0.00017032
标准差	0.01546917
偏度	- 0.0453964
峰度	9.0395108

从表 1 可以看出,股指日对数收益率的均值很小,可以认为是零。标准差常被用作无条件波动性

的一种度量。收益率的分布有负向偏度(- 0.045396),但其值并不大,所以分布的尾部略向左拖,而负向偏度表明收益分布取得小值的概率较大,即净亏的概率要大于赚取净利润的概率。峰度值大于正态分布的峰度(正态分布的峰度为 3),这反映了收益分布与正态分布相比较,具有尖峰厚尾性。

收益率序列的自相关检验是通过 Ljung-Box 的 Q 统计量进行的^[3],表 2 给出了 Q 统计量及相应的 P 值。从自相关分析上看,在 5 %的显著性水平下,上海 A 股市场不存在明显的自相关。

表 2 上证 A 股指数日对数收益率 r_t 的相关性检验

Table 2 Results of the portmanteau test of daily log returns of the A-Stock Index in the Shanghai Stock Exchange

滞后阶数	Q 统计量	P 值	临界值
1	0.2763	0.5991	3.8415
2	2.2477	0.3250	5.9915
3	4.1778	0.2429	7.8147
4	7.6768	0.1042	9.4877
5	8.8143	0.1167	11.0705

2.2 波动性模型的拟合

本文运用 ARCH(2)、ARCH(4)、GARCH(1,1)以及 EGARCH(1,1)模型对数据进行拟合。假设残差的分布分别为正态分布与 t 分布,模型参数的拟合结果见表 3。

表 3 模型参数的拟合结果

Table 3 Parameters of the three models

模型	μ	1	2	3	4	1
ARCH(2)-N	- 0.0003541	0.000124	0.2815	0.2625		
ARCH(2)-T	- 4.20 $\times 10^{-5}$	0.000135	0.2486	0.2639		
ARCH(4)-N	- 5.81 $\times 10^{-5}$	8.32 $\times 10^{-5}$	0.2799	0.1238	0.2167	0.1222
ARCH(4)-T	4.87 $\times 10^{-5}$	9.40 $\times 10^{-5}$	0.1820	0.1698	0.2263	0.0875
GARCH(1,1)-N	- 0.0002021	1.13 $\times 10^{-5}$	0.1793			0.7879
GARCH(1,1)-T	- 6.14 $\times 10^{-7}$	9.84 $\times 10^{-6}$	0.1422			0.8248
EG(1,1)-N	- 0.0003515	- 0.29962	0.2666			0.9631 - 0.04072
EG(1,1)-T	- 0.0001245	- 0.36015	0.2602			0.9581 - 0.08159

2.3 波动性预测与模型评价

利用上述拟合的八种模型表达式,对上证 A 股指数在 2005 年 6 月 27 日至 7 月 1 日 5 天的波动性进行预测,并且与实际日波动率进行比较。本文实

际日波动性的计算方法为:构造指数在当日每间隔 5 min 的收益率序列,利用公式

$$h_t^2 = \sum_{i=1}^{j-1} \left[\ln \left(P_t^{(i+1)} / P_t^i \right) \right]^2 \tag{6}$$

其中 h_t 表示第 t 天的实际波动率, P_t^j 表示第 t 天中第 i 时刻的股指, j 代表一天中观测数^[4-5]。通过上式求出 6 月 27 日到 7 月 1 日 5 天的实际波动率。

为了评价波动性模型在预测方面的优良性,分别定义下列 3 种误差

设 n 为预测天数; h_i 为预测值; i 为实际值

(1) 均方误差 (E_{MS})

$$E_{MS} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (h_i - i)^2 \quad (7)$$

(2) 对数误差 (L_1)^[4]

$$L_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(h_i^2 / i^2) \quad (8)$$

(3) 对数平方误差 (L_2)

$$L_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(h_i^2 / i^2))^2 \quad (9)$$

各模型三种误差的计算结果如表 4 所示。

表 4 未来 5 天模型预测误差比较

Table 4 Comparison of the forecasting errors for 5-day ahead

模型	$E_{MS} \times 10^{-5}$	L_1	L_2
ARCH(2)-N	3.8212	-1.0548	1.3457
ARCH(2)-T	4.1162	-1.0920	1.4198
ARCH(4)-N	1.9789	-0.7917	0.8249
ARCH(4)-T	2.0302	-0.8028	0.8426
GARCH(1,1)-N	5.3773	-1.2452	1.7351
GARCH(1,1)-T	6.4673	-1.3363	1.9704
EG(1,1)-N	5.3912	-1.2467	1.7388
EG(1,1)-T	4.3474	-1.1455	1.4974

表 5 未来 10 天和 20 天预测误差比较结果

Table 5 Comparison of the forecasting errors for 10-day and 20-day ahead

模型	未来 10 天波动性比较			未来 20 天波动性比较		
	$E_{MS} \times 10^{-5}$	L_1	L_2	$E_{MS} \times 10^{-5}$	L_1	L_2
ARCH(2) - N	3.6932	-0.9750	1.1255	3.9462	-0.8432	1.0257
ARCH(2)-T	3.9367	-1.0040	1.1808	4.1198	-0.8652	1.0638
ARCH(4)-N	2.3482	-0.7858	0.7816	3.5624	-0.7765	0.9083
ARCH(4)-T	2.2460	-0.7763	0.7633	3.1788	-0.7303	0.8340
GARCH(1,1)-N	4.4397	-1.0684	1.3142	5.2036	-1.1376	1.4729
GARCH(1,1)-T	3.1529	-0.9203	1.0347	4.8123	-0.9394	1.2201
EG(1,1)-N	4.3286	-1.0568	1.2929	4.2038	-0.8732	1.0959
EG(1,1)-T	3.2213	-0.9293	1.0507	3.0401	-0.6908	0.8323

(2) 在假定正态分布的前提下,经过比较发现 EGARCH 模型的拟合效果最好,无论是从反应杠杆效应还是预测波动性的误差方面都要优于另外两个模型。

从上表可以看出,对未来 5 天的波动性预测,ARCH(4) 模型的三种不同的误差与其他模型相比较都最小,而且 ARCH(4)-N 模型比 ARCH(4)-T 模型的误差更小。而且除 EGARCH 模型外,其他模型基于 t 分布下的预测误差均大于基于正态分布下的预测误差,只有 EGARCH 模型表现出 t 分布下预测更好的特性。

表 5 给出了未来 10 天和 20 天的波动性预测误差,从中可以看出:

(1) 随着预测时间跨度的增加,各类模型基于 t 分布下的预测误差会逐渐小于基于正态分布下的误差,由此可以认为,当预测长期波动性时,利用 t 分布进行估计准确性更高。

(2) 随着预测时间跨度的增加,基于 t 分布下的 EGARCH 模型的预测误差越来越小。在对未来 20 天进行预测时,EGARCH 模型的误差是八种模型中最小的,即说明对于预测长期的波动性时,基于 t 分布下的 EGARCH 模型预测结果相对更接近真实值。

3 结论

(1) 上证 A 股指数收益率具有显著的异方差性,经 ARCH, GARCH, EGARCH 模型过滤后,其残差的 Ljung-BoxQ 统计量值小于 5 % 或 1 % 时的分位数值,即不再显著。这表明 GARCH 模型族能很好的拟合中国股市的异方差性。

(3) 对于未来较长时期的波动性预测,基于 t 分布下的 EGARCH 模型的预测效果要比正态分布下的效果好。这说明了刻画金融数据的尖峰厚尾性, t 分布比正态分布的拟合效果要好。

政府部门可以利用 ARCH 类模型提高股市监管能力,避免大起大落;投资者可以利用该模型规避市场风险。

参 考 文 献

- [1] 王春峰. 金融市场风险管理[M]. 天津:天津大学出版社,2001.
- [2] 李亚静,朱宏泉,彭育威. 基于 GARCH 模型族的中国股市波动性预测[J]. 数学的实践与认识,2003,33(11):65-71.
- [3] 马骥,郭睿. 中国股票市场波动性的实证分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,2004,36(6):829-832.
- [4] Andersen T G, Bollerslev T. Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts[J]. International Economic Review, 1998,39: 885-905.
- [5] Degiannakis S. Volatility forecasting: evidence from a fractional integrated asymmetric power ARCH skewed-t model[J]. Applied Financial Economics, 2004(14):1333-1342.

Analysis of the volatility of the A-stock index in the Shanghai Stock Exchange

J IANG Shan WANG Si-cong YANG Yong-yu

(School of Science, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: Three primary models-ARCH, GARCH, and EGARCH are employed in order to measure the volatility of the returns of the A-Stock Index (ASI) in the Shanghai Stock Exchange (SSE). Based on the volatility and leverage of the ASI in the SSE, the abilities of these three models to forecast volatility is compared. The results show that EGARCH is the best model for forecasting long-term volatility. Furthermore, using EGARCH with the Student t-distribution gives better results than with a normal distribution.

Key words: volatility; ARCH model; GARCH model; EGARCH model

(上接第 95 页)

Modeling of organic solvent flux through nanofiltration membranes

ZHANG Jian-cheng YUAN Qi-peng ZHAO Yan-yan

(College of Life Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: A model of organic solvent flux through nanofiltration membranes, based on the classic H-P model, has been derived. The effects of solvent viscosity (μ), molecular volume (V_m) and solubility parameter (δ^2) on solvent flux (J) were investigated in order to probe the veracity and applicable range of the model. The results showed that V_m and δ^2 are the major parameters affecting the flux of organic solvents. For pure solvents, the model was found to be in close accord with experiment and provided a good description of flux transfer phenomena. For mixed solvents however, the model is not consistent with experimental data, indicating that the dependence of solvent flux on the other parameters is far more complicated.

Key words: nanofiltration; organic solvents; flux model